

4.1 Hukum Indeks

INKUIRI 1

Berpasangan

PAK-21

Tujuan: Mengimbas hukum-hukum indeks kembali

Arahan:

1. Imbas kod QR atau layari pautan di sebelah.
2. Teliti senarai ungkapan algebra yang disediakan. Gunting semua bentuk dan lekatkan pada jadual untuk membentuk hukum indeks.
3. Tulis satu contoh hukum indeks menggunakan perwakilan ungkapan algebra seperti dalam jadual berikut.



bit.ly/2UHv7pk

Hukum indeks		Contoh
$a^m \times a^n$	=	a^{m+n}
		$t^2 \times t^3 = t^{2+3} = t^5$

4. Pamerkan hasil kerja anda dan rakan sepasangan anda.
5. Anda dan rakan sepasangan akan bergerak untuk melihat hasil kerja pasangan yang lain.



Mempermudahkan ungkapan algebra yang melibatkan indeks

Anda telah mempelajari bahawa a^n ialah indeks dengan a ialah asas dan n ialah indeks. Bagaimanakah suatu ungkapan algebra yang melibatkan indeks dapat dipermudahkan dengan menggunakan hukum indeks? Mari kita teroka.

INKUIRI 2

Individu

Tujuan: Mempermudahkan ungkapan algebra yang melibatkan indeks

Arahan:

1. Senaraikan hukum indeks yang telah anda pelajari.
2. Imbas kod QR atau layari pautan di sebelah.
3. Dengan menggunakan hukum indeks yang telah anda senaraikan, permudahkan setiap ungkapan algebra yang diberi.
4. Klik butang “Semak jawapan” untuk menyemak jawapan anda.
5. Bincangkan cara untuk anda memperoleh jawapan dengan rakan yang lain.



ggbm.at/ernfqrga

Hasil daripada Inkuiri 2, dapat dirumuskan bahawa:

Suatu ungkapan algebra yang melibatkan indeks boleh dipermudahkan dengan menggunakan hukum indeks.

Contoh 1

Permudahkan ungkapan algebra yang berikut.

(a) $\frac{4^{2n} \times 4^m}{4^n}$

(b) $\frac{3^{m+2} - 3^m}{3^m}$

(c) $(5x^{-1})^3 \times 4xy^2 \div (xy)^{-4}$

(d) $4a^3b^2 \times (4ab^3)^{-4}$

Penyelesaian

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad \frac{4^{2n} \times 4^m}{4^n} &= 4^{2n+m-n} \\ &= 4^{n+m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(b)} \quad \frac{3^{m+2} - 3^m}{3^m} &= \frac{3^m \times 3^2 - 3^m}{3^m} \\ &= \frac{3^m(3^2 - 1)}{3^m} \\ &= 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(c)} \quad (5x^{-1})^3 \times 4xy^2 \div (xy)^{-4} &= \frac{(5x^{-1})^3 \times 4xy^2}{(xy)^{-4}} \\ &= 5^3 x^{-3} \times 4xy^2 \times (xy)^4 \\ &= 125 \times 4 \times x^{-3+1+4} \times y^{2+4} \\ &= 500x^2y^6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(d)} \quad 4a^3b^2 \times (4ab^3)^{-4} &= 4a^3b^2 \times \frac{1}{(4ab^3)^4} \\ &= \frac{4a^3b^2}{256a^4b^{12}} \\ &= \frac{1}{64ab^{10}} \end{aligned}$$

Contoh 2

Permudahkan ungkapan algebra yang berikut.

(a) $a^{-\frac{1}{3}} \times 2a^{\frac{1}{2}}$

(b) $\frac{2a^{-2}}{a^{-\frac{3}{2}}}$

(c) $\sqrt[3]{a^2} \times \sqrt[2]{a^{-3}}$

(d) $a^{-\frac{1}{2}}(a^{\frac{3}{2}} + 2a^{\frac{1}{2}} - 3a^{-\frac{1}{2}})$

Penyelesaian

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad a^{-\frac{1}{3}} \times 2a^{\frac{1}{2}} &= 2 \times a^{-\frac{1}{3}} \times a^{\frac{1}{2}} \\ &= 2a^{-\frac{1}{3} + (\frac{1}{2})} \\ &= 2a^{-\frac{5}{6}} \\ &= \frac{2}{a^{\frac{5}{6}}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(b)} \quad \frac{2a^{-2}}{a^{-\frac{3}{2}}} &= 2a^{-2} \div a^{-\frac{3}{2}} \\ &= 2a^{-2 - (-\frac{3}{2})} \\ &= 2a^{-\frac{1}{2}} \\ &= \frac{2}{a^{\frac{1}{2}}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(c)} \quad \sqrt[3]{a^2} \times \sqrt[2]{a^{-3}} &= a^{\frac{2}{3}} \times a^{-\frac{3}{2}} \\ &= a^{\frac{2}{3} + (-\frac{3}{2})} \\ &= a^{\frac{2}{3} - \frac{3}{2}} \\ &= a^{-\frac{5}{6}} \\ &= \frac{1}{a^{\frac{5}{6}}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(d)} \quad a^{-\frac{1}{2}}(a^{\frac{3}{2}} + 2a^{\frac{1}{2}} - 3a^{-\frac{1}{2}}) &= a^{-\frac{1}{2}} \times a^{\frac{3}{2}} + a^{-\frac{1}{2}} \times 2a^{\frac{1}{2}} - a^{-\frac{1}{2}} \times 3a^{-\frac{1}{2}} \\ &= a^{-\frac{1}{2} + \frac{3}{2}} + 2a^{-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}} - 3a^{-\frac{1}{2} - \frac{1}{2}} \\ &= a^1 + 2a^0 - 3a^{-1} \\ &= a + 2 - \frac{3}{a} \end{aligned}$$

Contoh 3

Tunjukkan bahawa

(a) $7^{2x-1} = \frac{49^x}{7}$

(b) $3^{x+4} + 3^{x+5} + 3^x$ boleh dibahagi tepat dengan 25 bagi semua integer positif x .

Penyelesaian

(a) $7^{2x-1} = \frac{7^{2x}}{7}$
 $= \frac{49^x}{7}$

(b) $3^{x+4} + 3^{x+5} + 3^x = 3^x(3^4) + 3^x(3^5) + 3^x$
 $= 3^x(81 + 243 + 1)$
 $= 3^x(325)$

Oleh sebab 325 ialah gandaan bagi 25, maka $3^{x+4} + 3^{x+5} + 3^x$ boleh dibahagi tepat dengan 25 bagi semua integer positif x .

Latih Diri 4.1

1. Permudahkan ungkapan algebra yang berikut.

(a) $\frac{5^{3x} \times 5^x}{5^{-x}}$

(b) $\frac{7^{b-2} - 7^b}{7^{b+3}}$

(c) $\frac{9^{a-3} + 9^{a+4}}{81}$

(d) $c^4d^3 \times c^3d^5$

(e) $(xy^2)^3 \times x^3y^5$

(f) $(7x^{-1})^2 \times (49^{-2}xy)^3$

(g) $(3x^2y)^3 \times (x^3)^4 \div x^{16}y^2$

(h) $(p^2q^{-1})^5 \times q^8$

(i) $(pq^5)^4 \times p^3$

(j) $(49^{-2}xy)^3 \div (7xy)^{-2}$

(k) $20x^{-7}y^2 \div 4x^3y^{-4}$

(l) $6a^7b^{-2} \div 36a^3b^{-4}$

2. Permudahkan ungkapan algebra yang berikut.

(a) $a^{\frac{1}{3}} \times 2a^{-\frac{1}{2}}$

(b) $\frac{4a^3}{a^{-\frac{3}{5}}}$

(c) $\sqrt[5]{a^7} \times \sqrt[4]{a^{-9}}$

(d) $a^{-\frac{3}{2}}(a^{\frac{1}{2}} + 3a^{-\frac{3}{2}} - 3a^{-\frac{5}{2}})$

3. Tunjukkan bahawa

(a) $4^{3a-2} = \frac{64^a}{16}$

(b) $9^{2a+2} = 81(81^a)$

(c) $7^{3a-4} = \frac{343^a}{2401}$

4. Tunjukkan bahawa $4^{x+2} + 4^{x+1} + 4^x$ boleh dibahagi tepat dengan 7 bagi semua integer positif x .



Menyelesaikan masalah yang melibatkan indeks

Persamaan yang melibatkan indeks boleh diselesaikan seperti berikut:

Jika $a^m = a^n$, maka $m = n$ atau jika $a^m = b^m$, maka $a = b$ apabila $a > 0$ dan $a \neq 1$.

Contoh 4

Selesaikan setiap persamaan berikut.

- (a) $32^x = \frac{1}{8^{x-1}}$
 (b) $a^5 = 243$
 (c) $27(81^{3x}) = 1$

Penyelesaian

- (a) $32^x = \frac{1}{8^{x-1}}$
 $2^{5x} = 2^{-3(x-1)}$ ← Ungkapkan kedua-dua belah persamaan dalam asas yang sama
 $5x = -3x + 3$ ← Bandingkan indeks
 $8x = 3$
 $x = \frac{3}{8}$
- (b) $a^5 = 243$
 $= 3^5$ ← Ungkapkan dalam bentuk indeks
 $a = 3$ ← Bandingkan asas
- (c) $27(81^{3x}) = 1$
 $3^3(3^4)^{3x} = 3^0$ ← $3^0 = 1$
 $3^{3+12x} = 3^0$ ← $a^m \times a^n = a^{m+n}$
 $3 + 12x = 0$
 $12x = -3$
 $x = -\frac{3}{12}$
 $= -\frac{1}{4}$



- Jika $5^x = 5^4$, maka $x = 4$.
- Jika $x^5 = 5^5$, maka $x = 5$.



Diberi $3^x = \frac{9}{3^{2x}}$, cari nilai x .

1. Tekan butang 3 x^{\square}
 \square ALPHA \square ALPHA
 \square CALC.
2. Tekan butang 9 \square \square 3
 \square \square 2 ALPHA \square .
3. Tekan butang SHIFT
 \square CALC.
4. Tekan butang \square untuk mendapatkan nilai x .

Contoh 5**APLIKASI MATEMATIK**

Husna mempunyai wang sebanyak RM1 000 000. Dia melaburkan wang itu dalam sebuah institusi pelaburan yang menawarkan pulangan sebanyak 6% setahun. Jumlah pelaburan Husna selepas n tahun dihitung menggunakan persamaan $J = p(1 + k)^n$ dengan p sebagai pelaburan awal tahun dan k sebagai kadar pulangan setahun. Cari jumlah pelaburan Husna selepas 20 tahun.



Penyelesaian

1. Memahami masalah

- ◆ Pelaburan awal, p ialah RM1 000 000
- ◆ Kadar pulangan, k ialah 6% setahun
- ◆ Rumus pelaburan, $J = p(1 + k)^n$
- ◆ $n = 20$
- ◆ Cari jumlah pelaburan selepas 20 tahun

2. Merancang strategi

Gantikan nilai k , p dan n ke dalam rumus pelaburan.

3. Melaksanakan strategi

$$\begin{aligned} J &= p(1 + k)^n \\ &= 1\,000\,000 \left(1 + \frac{6}{100}\right)^{20} \\ &= 1\,000\,000(1 + 0.06)^{20} \\ &= 1\,000\,000(3.207135) \\ &= 3\,207\,135 \end{aligned}$$

Maka, jumlah pelaburan Husna ialah RM3 207 135.

4. Membuat refleksi

Apabila $J = 3\,207\,135$ dan $k = 0.06$, maka
 $3\,207\,135 = 1\,000\,000(1 + 0.06)^n$
 $3.207135 = (1.06)^n$
 $n = 20$
Maka, $n = 20$ tahun.

Latih Diri 4.2

1. Selesaikan persamaan berikut.

(a) $4^{x-1} = 8^{x+3}$

(b) $3^{x+3} - 3^{x+2} = 2$

(c) $8^{x-3} = \frac{4^{2x}}{64}$

2. Sebiji bola dilepaskan pada suatu ketinggian h cm dari permukaan bumi. Bola itu akan melantun 90% daripada ketinggian asalnya apabila bola menghentam permukaan bumi. Ketinggian bola itu selepas l kali lantunan diberi oleh rumus $h = 10 \times (0.9)^l$. Cari ketinggian bola, dalam cm,

- (a) ketika bola itu dilepaskan,
(b) selepas 10 kali lantunan.

Latihan Intensif 4.1

Imbas kod QR atau layari bit.ly/2OAoYZi untuk kuiz



1. Permudahkan setiap yang berikut.

(a) $\frac{y^3(3zx)^2}{9x^3}$

(b) $\frac{z^4yx^2}{zxy^2}$

(c) $[(xy)^5 \times 2xy^3]^2$

(d) $(ef^2)^3 \div (e^{-2}f^2)$

(e) $4.2x^4y^{14} \div 0.6x^9y^5$

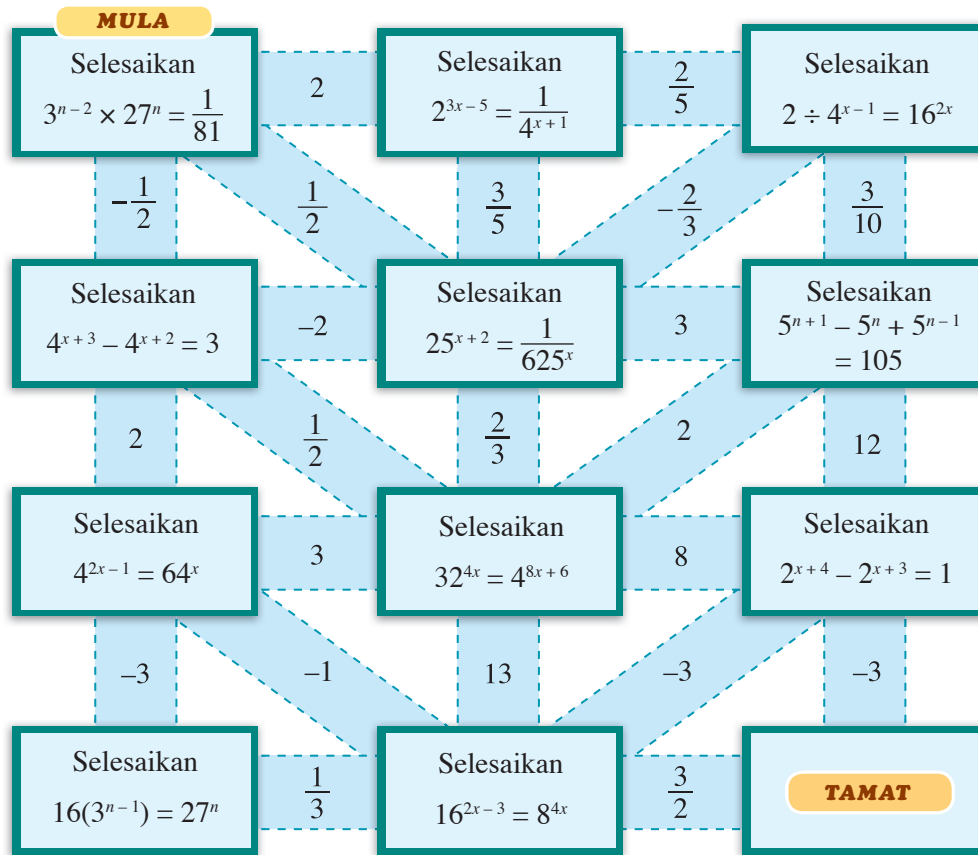
(f) $(7x^{-1})^2 \times (49^{-2}xy)^3 \div (7xy)^{-2}$

2. Jika $2^{x-2} = 2(16)$, cari nilai x .

3. Selesaikan $25^x - 5^{3x-4} = 0$.

4. Selesaikan $4(2^{m+1}) - 16^m = 0$.

5. Cari jalan hingga ke petak TAMAT dengan memilih jawapan yang betul.



BAB 4

6. Dalam satu kajian, sejenis bakteria akan menggandakan bilangannya dalam masa satu minit. Bilangan bakteria pada permulaan kajian ialah 300. Bilangan bakteria selepas t minit diberi oleh $300(3)^t$.
 - (a) Cari bilangan bakteria selepas 9 minit.
 - (b) Cari masa, t , dalam minit untuk bilangan bakteria itu menjadi 72 900.
7. Populasi negara M boleh dianggarkan menggunakan model pertumbuhan, $P = A\left(1 + \frac{k}{100}\right)^t$ dengan P ialah populasi yang dijangkakan, A ialah populasi tahun 2017, k ialah kadar pertumbuhan dan t ialah bilangan tahun selepas tahun 2017. Populasi negara tersebut pada tahun 2017 ialah kira-kira 30 juta. Andaikan populasi ini bertambah pada kadar 3% setiap tahun, anggarkan populasi negara tersebut pada tahun 2050.
8. Encik Prakesh melaburkan wangnya sebanyak RM20 000 di sebuah bank dengan kadar faedah sebanyak 10% setahun. Jumlah pelaburan Encik Prakesh selepas t tahun boleh ditentukan dengan menggunakan rumus $P = f(1 + r)^t$ dengan f sebagai nilai pelaburan awal dan r sebagai kadar pulangan setahun. Cari jumlah pelaburan Encik Prakesh selepas 10 tahun.

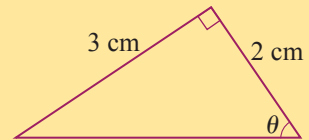
4.2 Hukum Surd

INKUIRI 3 Berkumpulan

Tujuan: Mengetahui surd

Arahan:

1. Perhatikan rajah di sebelah.
2. Tanpa menggunakan kalkulator, cari nilai $\cos \theta$ dan beri jawapan dalam bentuk $\frac{a}{\sqrt{b}}$, dengan a dan b ialah integer.
3. Bincangkan hasil dapatan kumpulan anda.



Kita sering berhadapan dengan masalah seperti di atas. Bagaimanakah masalah yang melibatkan surd boleh diselesaikan? Mari kita teroka.



Membanding beza nombor nisbah dan nombor tak nisbah serta menghubungkan surd dengan nombor tak nisbah

Anda telah mempelajari nombor nisbah, iaitu nombor yang boleh diungkapkan dalam bentuk $\frac{a}{b}$, dengan keadaan a dan b ialah integer dan $b \neq 0$. Nombor nisbah juga boleh ditulis dalam bentuk perpuluhan seperti $\frac{1}{3} = 0.3333\dots$. Apakah perkaitan antara nombor nisbah dengan nombor tak nisbah?

INKUIRI 4 Berkumpulan PAK-21

Tujuan: Mencari hubungan antara surd dan nombor tak nisbah

Arahan:

1. Imbas kod QR atau layari pautan di sebelah.
2. Layari Internet untuk mendapatkan maklumat tentang surd.
3. Gunting semua kad nombor yang disediakan dan tampal pada jadual mengikut pengelasan yang betul seperti contoh yang berikut.



bit.ly/2DmtH9b

Nombor nisbah	Nombor tak nisbah	
	Surd	Bukan surd
0.333333...		

4. Tukarkan semua nombor perpuluhan pada kad nombor tersebut kepada pecahan. Apakah kesimpulan yang dapat dibuat?
5. Setiap kumpulan akan bergerak ke kumpulan lain untuk melihat hasil kerja yang dihasilkan.
6. Bincang bersama dengan ahli kumpulan berkenaan hasil kerja kumpulan lain.

Hasil daripada Inkuiri 4, didapati bahawa:

- (a) Nombor perpuluhan yang boleh ditukar kepada pecahan ialah **nombor nisbah**.
- (b) Nombor perpuluhan yang tidak boleh ditukar kepada pecahan ialah **nombor tak nisbah**.
- (c) Nombor dengan simbol radikal, jika nilainya ialah integer atau perpuluhan berulang adalah **bukan surd**.

Surd ialah nombor dalam bentuk punca kuasa, iaitu \sqrt{a} , dengan a ialah sebarang integer positif. Surd mempunyai bilangan perpuluhan yang tidak terhingga dan tidak berulang. $\sqrt[n]{a}$ disebut sebagai “surd a peringkat n ”. Contohnya, $\sqrt[3]{4}$ disebut sebagai “surd 4 peringkat 3”. Apabila suatu nombor tidak boleh dipermudah dengan menghapuskan punca kuasa, maka nombor tersebut dikategorikan sebagai surd.

Misalnya,

- (a) $\sqrt{2}$ tidak boleh dipermudah, maka $\sqrt{2}$ ialah surd.
- (b) $\sqrt{4}$ boleh dipermudah sebagai 2, maka $\sqrt{4}$ bukan surd.

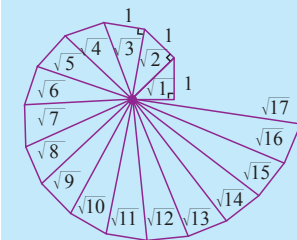
Adakah semua nombor dalam bentuk punca kuasa adalah surd? Perhatikan jadual berikut.

Nombor	Nombor yang dipermudah	Nombor dalam perpuluhan	Surd atau bukan surd
$\sqrt{3}$	$\sqrt{3}$	1.7320508...	Surd
$\sqrt{\frac{1}{4}}$	$\frac{1}{2}$	0.5	Bukan surd
$\sqrt[3]{11}$	$\sqrt[3]{11}$	2.2239800...	Surd
$\sqrt[3]{27}$	3	3	Bukan surd
$\sqrt[5]{3}$	$\sqrt[5]{3}$	1.2457309...	Surd

Daripada jadual di atas, didapati bahawa surd mempunyai nombor perpuluhan yang tidak berulang. Oleh itu, surd ialah suatu nombor tak nisbah. Perpuluhan berulang, contohnya, 54.565656... kadangkala ditulis sebagai $54.\dot{5}6$ atau $54.\overline{56}$.



- Simbol radikal adalah seperti berikut.
 $\sqrt{\quad}, \sqrt[3]{\quad}, \sqrt[5]{\quad}, \sqrt[n]{\quad}$
- Perpuluhan berulang ialah perpuluhan yang boleh ditukar kepada pecahan. Contoh perpuluhan berulang ialah 54.5656...



Dalam geometri, lingkaran Theodorus (juga dipanggil lingkaran kuasa dua, lingkaran Einstein atau lingkaran Pythagoras) yang pertama dibina oleh Theodorus dari Cyrene. Lingkaran ini terdiri daripada segi tiga bersudut tegak yang diletakkan bersebelahan.

Contoh 6

Tukarkan perpuluhan berulang yang berikut kepada pecahan.

- (a) $0.676767\dots$
(b) $12.645645645\dots$

Penyelesaian

(a) Katakan,

$$N = 0.676767\dots \quad \dots \textcircled{1}$$

$$100N = 67.6767\dots \quad \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{2} - \textcircled{1}: 99N = 67$$

$$N = \frac{67}{99}$$

$$\text{Maka, } 0.676767\dots = \frac{67}{99}.$$

(b) Katakan,

$$A = 12.645645645\dots$$

$$A = 12 + N$$

$$\text{Anggap, } N = 0.645645645\dots \quad \dots \textcircled{1}$$

$$1000N = 645.645645\dots \quad \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{2} - \textcircled{1}: 999N = 645$$

$$N = \frac{645}{999}$$

$$= \frac{215}{333}$$

$$A = 12 + \frac{215}{333}$$

$$\text{Maka, } 12.645645645\dots = 12\frac{215}{333}.$$

Darabkan dengan integer yang sesuai supaya bahagian perpuluhan berulang dapat dihapuskan



Cabar Minda

Tukarkan pecahan berikut kepada nombor perpuluhan berulang.

$$\frac{224}{495}$$



TIP PINTAR

Adakah $\sqrt[n]{a} = n\sqrt{a}$?

$$\sqrt{9} = (9)^{\frac{1}{2}} = 3$$

$$2\sqrt{9} = 2 \times 9^{\frac{1}{2}}$$

$$= 2 \times 3$$

$$= 6$$

Oleh sebab $3 \neq 6$, maka

$$\sqrt[n]{a} \neq n\sqrt{a}.$$

Contoh 7

Tentukan sama ada yang berikut adalah surd atau bukan. Beri alasan anda.

(a) $\sqrt[3]{125}$

(b) $\sqrt[5]{125}$

(c) $\sqrt[4]{\frac{16}{64}}$

Penyelesaian

Gunakan kalkulator saintifik untuk mendapatkan nilai.

(a) $\sqrt[3]{125} = 125^{\frac{1}{3}}$

$$= 5$$

$\sqrt[3]{125}$ bukan surd kerana nilainya ialah integer.

(b) $\sqrt[5]{125} = 2.6265278$

$\sqrt[5]{125}$ ialah surd kerana menghasilkan perpuluhan tidak berulang.

(c) $\sqrt[4]{\frac{16}{64}} = 0.7071067\dots$

$\sqrt[4]{\frac{16}{64}}$ ialah surd kerana menghasilkan perpuluhan tidak berulang.

Contoh 8

Adakah $\sqrt{4} = 2\sqrt{4}$? Jelaskan.

Penyelesaian

$$\begin{aligned} \sqrt{4} &= 4^{\frac{1}{2}} \\ &= 2 \end{aligned} \quad , \quad \begin{aligned} 2\sqrt{4} &= 2 \times 4^{\frac{1}{2}} \\ &= 2 \times 2 \\ &= 4 \end{aligned}$$

Oleh sebab $2 \neq 4$, maka $\sqrt{4} \neq 2\sqrt{4}$. Secara amnya, $\sqrt[n]{a} \neq n\sqrt[n]{a}$.

TIP PINTAR

$\sqrt[n]{a} \neq n\sqrt[n]{a}$ kerana $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$
manakala $n\sqrt[n]{a} = n \times a^{\frac{1}{n}}$.

Latih Diri 4.3

- Tukarkan perpuluhan berulang berikut kepada pecahan.
 (a) 0.787878... (b) 3.57575757... (c) 0.345345345... (d) 13.567567567...
- Tentukan sama ada yang berikut adalah surd atau bukan. Beri alasan anda.
 (a) $\sqrt[3]{127}$ (b) $\sqrt[4]{1125}$ (c) $\sqrt[6]{\frac{64}{729}}$ (d) $\sqrt[7]{\frac{79}{897}}$

Membuat dan mengesahkan konjektur tentang $\sqrt{a} \times \sqrt{b}$ dan $\sqrt{a} \div \sqrt{b}$

INKUIRI 5 Berkumpulan

Tujuan: Membuat dan mengesahkan konjektur tentang $\sqrt{a} \times \sqrt{b}$ dan $\sqrt{a} \div \sqrt{b}$

Arahan:

- Imbas kod QR atau layari pautan di sebelah.
- Klik pada petak “Hukum 1” dan “Hukum 2”. Kemudian, seret gelongsor a dan b .
- Nyatakan konjektur berdasarkan pemerhatian anda tentang kedua-dua hukum tersebut.
- Dengan menggunakan kalkulator saintifik, lengkapkan jadual yang berikut dengan mengambil sebarang integer positif a dan b .



ggbm.at/nexprc8p

a	b	$(a \times b)$	\sqrt{a}	\sqrt{b}	Nilai $\sqrt{a} \times \sqrt{b}$	$\sqrt{(a \times b)}$	Nilai $\sqrt{(a \times b)}$
2	5	10	$\sqrt{2}$	$\sqrt{5}$	3.162...	$\sqrt{10}$	3.162...

a	b	$(a \div b)$	\sqrt{a}	\sqrt{b}	Nilai $\sqrt{a} \div \sqrt{b}$	$\sqrt{(a \div b)}$	Nilai $\sqrt{(a \div b)}$
10	5	2	$\sqrt{10}$	$\sqrt{5}$	1.414...	$\sqrt{2}$	1.414...

5. Bandingkan nilai pada lajur ke-6 dan lajur ke-8 bagi kedua-dua jadual yang telah dilengkapkan.
6. Adakah anda dapat mengesahkan konjektur yang dibuat? Bincangkan.

Hasil daripada Inkuiri 5, didapati bahawa:

Untuk $a > 0$ dan $b > 0$,

$$(a) \sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab} \quad (\text{Hukum 1})$$

$$(b) \sqrt{a} \div \sqrt{b} = \sqrt{\frac{a}{b}} \quad (\text{Hukum 2})$$



Jika $a \geq 0$, maka \sqrt{a} adalah nombor nyata dan $\sqrt{a} \times \sqrt{a} = \sqrt{a^2} = (a^2)^{\frac{1}{2}} = a$

Contoh 9

Tulis yang berikut sebagai surd tunggal.

$$(a) \sqrt{2} \times \sqrt{7}$$

$$(b) \frac{\sqrt{24}}{\sqrt{8}}$$

$$(c) \sqrt{3a} \times \sqrt{5a}$$

$$(d) \frac{\sqrt{21a}}{\sqrt{7a}}$$

Penyelesaian

$$(a) \sqrt{2} \times \sqrt{7} = \sqrt{2 \times 7} \\ = \sqrt{14}$$

$$(b) \frac{\sqrt{24}}{\sqrt{8}} = \sqrt{\frac{24}{8}} \\ = \sqrt{3}$$

$$(c) \sqrt{3a} \times \sqrt{5a} = \sqrt{3a \times 5a} \\ = \sqrt{15a^2} \\ = a\sqrt{15}$$

$$(d) \frac{\sqrt{21a}}{\sqrt{7a}} = \sqrt{\frac{21a}{7a}} \\ = \sqrt{3}$$

Latih Diri 4.4

1. Tulis setiap yang berikut sebagai surd tunggal.

(a) $\sqrt{2} \times \sqrt{3}$

(b) $\sqrt{3} \times \sqrt{5}$

(c) $\sqrt{3} \times \sqrt{3}$

(d) $\sqrt{5} \times \sqrt{6}$

(e) $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{3}}$

(f) $\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{3}}$

(g) $\frac{\sqrt{20}}{\sqrt{5}}$

(h) $\frac{\sqrt{5} \times \sqrt{6}}{\sqrt{3}}$

**Mempermudahkan ungkapan yang melibatkan surd****INKUIRI 6**

Individu

Tujuan: Mempermudahkan ungkapan yang melibatkan surd

Arahan:

1. Imbas kod QR atau layari pautan di sebelah.
2. Seret gelongsor untuk mengubah nilai surd.
3. Catatkan surd yang boleh dipermudahkan dan surd yang tidak boleh dipermudahkan.
4. Permudahkan $\sqrt{90}$ tanpa menggunakan alat dan teknologi matematik.



ggbm.at/b9ypcpu7

BAB 4

Hasil daripada Inkuiri 6, didapati bahawa $\sqrt{3}$ tidak boleh dipermudahkan tetapi $\sqrt{9}$ boleh dipermudahkan sebagai 3. Selain itu, $\sqrt{90}$ boleh ditulis sebagai $\sqrt{9 \times 10}$ atau $\sqrt{9} \times \sqrt{10}$, maka $\sqrt{90} = 3\sqrt{10}$.

Contoh 10

Tulis $\sqrt{18}$ dalam bentuk $a\sqrt{b}$ dengan a dan b ialah integer dan a ialah nilai yang paling besar.

Penyelesaian

$$\begin{aligned}\sqrt{18} &= \sqrt{9 \times 2} \\ &= \sqrt{9} \times \sqrt{2} \\ &= 3\sqrt{2}\end{aligned}$$

9 ialah nombor kuasa dua sempurna terbesar dan faktor bagi 18

Latih Diri 4.5

1. Tandakan (✓) pada pernyataan yang betul.

$\sqrt{5}\sqrt{7}$ $= \sqrt{12}$	$3\sqrt{2} \times 2\sqrt{2}$ $= 6\sqrt{2}$	$\sqrt{260}$ $= 2\sqrt{65}$	$(\sqrt{16}\sqrt{36})^2$ $= 576$	$4\sqrt{7} \times 5\sqrt{7}$ $= 20\sqrt{21}$
$\frac{4\sqrt{8}}{2\sqrt{4}}$ $= 2\sqrt{2}$	$\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{3}}$ $= \sqrt{15}$	$\frac{\sqrt{75}}{\sqrt{3}}$ $= 5$	$\frac{30\sqrt{27}}{6\sqrt{3}}$ $= 15$	$(\sqrt{81})^2$ $= 81$

4.2.2

4.2.3

2. Tulis yang berikut dalam bentuk $a\sqrt{b}$ dengan a dan b ialah integer dan a ialah nilai yang paling besar.

(a) $\sqrt{12}$

(b) $\sqrt{27}$

(c) $\sqrt{28}$

(d) $\sqrt{32}$

(e) $\sqrt{45}$

(f) $\sqrt{48}$

(g) $\sqrt{54}$

(h) $\sqrt{108}$

Bagaimanakah melaksanakan operasi penambahan, penolakan dan pendaraban yang melibatkan surd? Mari kita teroka dengan lebih lanjut lagi.

INKUIRI 7

Berkumpulan

PAK-21

Tujuan: Melaksanakan operasi matematik melibatkan penambahan, penolakan dan pendaraban surd

Arahan:

1. Imbas kod QR atau layari pautan di sebelah.
2. Pertimbangkan ungkapan yang melibatkan surd.
3. Klik butang “Penyelesaian” untuk melihat langkah pengiraan.
4. Klik “Soalan lain” untuk melihat soalan seterusnya.
5. Buat catatan tentang langkah pengiraan yang ditunjukkan dan terangkan kepada rakan yang lain tentang kefahaman anda terhadap penyelesaian ungkapan yang melibatkan surd.



ggbm.at/e7jfmexs

Hasil daripada Inkuiri 7, didapati bahawa:

Ungkapan yang melibatkan surd boleh dipermudahkan dengan melaksanakan operasi penambahan, penolakan dan pendaraban surd.

Contoh 11

Permudahkan ungkapan yang berikut.

(a) $\sqrt{2} \times \sqrt{3} + \sqrt{6}$

(b) $\sqrt{7}(6 - \sqrt{7})$

(c) $\sqrt{18} - \sqrt{8}$

(d) $(6 + 2\sqrt{2})(1 + 3\sqrt{2})$

Penyelesaian

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad \sqrt{2} \times \sqrt{3} + \sqrt{6} &= \sqrt{2 \times 3} + \sqrt{6} \\ &= \sqrt{6} + \sqrt{6} \\ &= 2\sqrt{6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(b)} \quad \sqrt{7}(6 - \sqrt{7}) &= 6\sqrt{7} - \sqrt{7} \times \sqrt{7} \\ &= 6\sqrt{7} - 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(c)} \quad \sqrt{18} - \sqrt{8} &= \sqrt{9 \times 2} - \sqrt{4 \times 2} \\ &= \sqrt{9} \times \sqrt{2} - \sqrt{4} \times \sqrt{2} \\ &= 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} \\ &= (3 - 2)\sqrt{2} \\ &= \sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(d)} \quad (6 + 2\sqrt{2})(1 + 3\sqrt{2}) &= 6(1) + 6(3\sqrt{2}) + 2\sqrt{2}(1) + (2\sqrt{2})(3\sqrt{2}) \\ &= 6 + 18\sqrt{2} + 2\sqrt{2} + 12 \\ &= 18 + 20\sqrt{2} \end{aligned}$$

Contoh 12

Permudahkan setiap yang berikut dalam bentuk $a\sqrt{b}$.

(a) $4\sqrt{27}$

(b) $7\sqrt{243}$

(c) $5\sqrt{75}$

Penyelesaian

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad 4\sqrt{27} &= 4\sqrt{9 \times 3} \\ &= 4(3)\sqrt{3} \\ &= 12\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(b)} \quad 7\sqrt{243} &= 7\sqrt{81 \times 3} \\ &= 7(9)\sqrt{3} \\ &= 63\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(c)} \quad 5\sqrt{75} &= 5\sqrt{25 \times 3} \\ &= 5(5)\sqrt{3} \\ &= 25\sqrt{3} \end{aligned}$$

Dalam Contoh 12, perhatikan bahawa $12\sqrt{3}$, $63\sqrt{3}$ dan $25\sqrt{3}$ mempunyai $\sqrt{3}$ sebagai faktor nombor tak nisbah. Maka, ketiga-tiga ungkapan ini dikenali sebagai surd serupa.

Nombor yang tidak mempunyai faktor nombor tak nisbah yang sama dikenali sebagai surd tak serupa. Contohnya set ungkapan $\sqrt{3}$, $2\sqrt{3}$, $5\sqrt{6}$ dan $7\sqrt{3}$ adalah surd tak serupa.

Contoh 13

Tentukan sama ada set ungkapan $4\sqrt{12}$, $5\sqrt{18}$ dan $5\sqrt{6}$ adalah surd serupa atau surd tak serupa.

Penyelesaian

$$\begin{aligned} 4\sqrt{12} &= 4\sqrt{4 \times 3} \\ &= 4(2)\sqrt{3} \\ &= 8\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5\sqrt{18} &= 5\sqrt{9 \times 2} \\ &= 5(3)\sqrt{2} \\ &= 15\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5\sqrt{6} &= 5\sqrt{2 \times 3} \\ &= 5\sqrt{6} \end{aligned}$$

Ketiga-tiga ungkapan tidak mempunyai faktor nombor tak nisbah yang sama. Maka, ketiga-tiga ungkapan tersebut adalah surd tak serupa.

Latih Diri 4.6

1. Permudahkan ungkapan yang melibatkan surd berikut.

(a) $3\sqrt{5} + 5\sqrt{5}$

(b) $7\sqrt{5} + 5\sqrt{5}$

(c) $7\sqrt{7} - 5\sqrt{7}$

(d) $\sqrt{6}(3\sqrt{6} - 5\sqrt{6})$

(e) $\sqrt{5}(4 + 5\sqrt{5})$

(f) $\sqrt{7}(3 - 5\sqrt{7})$

(g) $(4 + 5\sqrt{3})(3 + 5\sqrt{3})$

(h) $(7 - 5\sqrt{7})(3 + 5\sqrt{7})$

(i) $(9 + 5\sqrt{4})(3 - 5\sqrt{4})$

2. Tentukan sama ada set ungkapan berikut adalah surd serupa atau surd tak serupa.

(a) $5\sqrt{80}$, $2\sqrt{58}$, $9\sqrt{45}$

(b) $3\sqrt{3}$, $4\sqrt{12}$, $5\sqrt{27}$

(c) $2\sqrt{125}$, $7\sqrt{5}$, $-7\sqrt{5}$

(d) $2\sqrt{12}$, $9\sqrt{24}$, $8\sqrt{5}$

(e) $3\sqrt{27}$, $-3\sqrt{27}$, $-\sqrt{3}$



Menisbahkan penyebut bagi ungkapan yang melibatkan surd

Nombor yang mempunyai penyebut nombor tak nisbah seperti $\frac{1}{m\sqrt{a}}$, $\frac{1}{m\sqrt{a} + n\sqrt{b}}$ dan $\frac{1}{m\sqrt{a} - n\sqrt{b}}$, dengan m dan n ialah integer hendaklah ditulis dengan menisbahkan penyebutnya. Peraturan menisbahkan penyebut adalah seperti berikut:

- Darabkan pengangka dan penyebut bagi $\frac{1}{m\sqrt{a}}$ dengan surd konjugat $m\sqrt{a}$ supaya surd dihapuskan daripada penyebutnya.
- Darabkan pengangka dan penyebut bagi $\frac{1}{m\sqrt{a} + n\sqrt{b}}$ dengan surd konjugat $m\sqrt{a} - n\sqrt{b}$ supaya surd dihapuskan daripada penyebutnya.
- Darabkan pengangka dan penyebut bagi $\frac{1}{m\sqrt{a} - n\sqrt{b}}$ dengan surd konjugat $m\sqrt{a} + n\sqrt{b}$ supaya surd dihapuskan daripada penyebutnya.

Contoh 14

Nisbahkan penyebut dan permudahkan setiap yang berikut.

(a) $\frac{1}{5\sqrt{3}}$ (b) $\frac{1}{7\sqrt{2} + 5\sqrt{3}}$ (c) $\frac{1}{2\sqrt{3} - 5\sqrt{7}}$

Penyelesaian

(a) $\frac{1}{5\sqrt{3}} = \frac{1}{5\sqrt{3}} \times \frac{5\sqrt{3}}{5\sqrt{3}} \leftarrow \text{Darabkan dengan surd konjugat}$

$$= \frac{5\sqrt{3}}{5 \times 5 \times \sqrt{3} \times \sqrt{3}}$$

$$= \frac{5\sqrt{3}}{75}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{15}$$

(b) $\frac{1}{7\sqrt{2} + 5\sqrt{3}} = \frac{1}{7\sqrt{2} + 5\sqrt{3}} \times \frac{7\sqrt{2} - 5\sqrt{3}}{7\sqrt{2} - 5\sqrt{3}} \leftarrow \text{Darabkan dengan surd konjugat}$

$$= \frac{7\sqrt{2} - 5\sqrt{3}}{(7\sqrt{2} + 5\sqrt{3})(7\sqrt{2} - 5\sqrt{3})}$$

$$= \frac{7\sqrt{2} - 5\sqrt{3}}{(7\sqrt{2})^2 - (5\sqrt{3})^2}$$

$$= \frac{7\sqrt{2} - 5\sqrt{3}}{23}$$

POKET MATEMATIK

Penisbahkan menggunakan surd konjugat.

Surd	Surd konjugat
$m\sqrt{a}$	$m\sqrt{a}$
$m\sqrt{a} + n\sqrt{b}$	$m\sqrt{a} - n\sqrt{b}$
$m\sqrt{a} - n\sqrt{b}$	$m\sqrt{a} + n\sqrt{b}$

TIP PINTAR

$$\sqrt{a} \times \sqrt{a} = (\sqrt{a})^2 = a$$

$$(a - \sqrt{b})(a + \sqrt{b}) = a^2 - b$$

$$\begin{aligned}
 \text{(c)} \quad \frac{1}{2\sqrt{3}-5\sqrt{7}} &= \frac{1}{2\sqrt{3}-5\sqrt{7}} \times \frac{2\sqrt{3}+5\sqrt{7}}{2\sqrt{3}+5\sqrt{7}} \leftarrow \text{Darabkan dengan surd konjugat} \\
 &= \frac{2\sqrt{3}+5\sqrt{7}}{(2\sqrt{3}-5\sqrt{7})(2\sqrt{3}+5\sqrt{7})} \\
 &= \frac{2\sqrt{3}+5\sqrt{7}}{(2\sqrt{3})^2 - (5\sqrt{7})^2} \\
 &= -\frac{2\sqrt{3}+5\sqrt{7}}{163}
 \end{aligned}$$

Surd konjugat bagi $2\sqrt{3}-5\sqrt{7}$ ialah $2\sqrt{3}+5\sqrt{7}$.



Contoh 15

Nisbahkan penyebut dan permudahkan $\frac{1+\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}}$.

Penyelesaian

$$\begin{aligned}
 \frac{1+\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}} &= \frac{1+\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}} \times \frac{1+\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}} \leftarrow \text{Darabkan dengan surd konjugat} \\
 &= \frac{1+3+\sqrt{3}+\sqrt{3}}{1-3} \\
 &= \frac{4+2\sqrt{3}}{-2} \\
 &= -2-\sqrt{3}
 \end{aligned}$$



Cabar Minda

Apakah surd konjugat bagi $1-\sqrt{3}$?

TIP PINTAR

Darabkan $\frac{a-\sqrt{b}}{a-\sqrt{b}}$ dengan pecahan berbentuk $\frac{c}{a+\sqrt{b}}$ untuk menghapuskan surd daripada penyebutnya.

Contoh 16

Tuliskan $\frac{5+\sqrt{7}}{1+\sqrt{3}} + \frac{4-\sqrt{7}}{1-\sqrt{3}}$ sebagai pecahan tunggal.

Penyelesaian

$$\begin{aligned}
 \frac{5+\sqrt{7}}{1+\sqrt{3}} + \frac{4-\sqrt{7}}{1-\sqrt{3}} &= \left(\frac{5+\sqrt{7}}{1+\sqrt{3}} \times \frac{1-\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}} \right) + \left(\frac{4-\sqrt{7}}{1-\sqrt{3}} \times \frac{1+\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}} \right) \\
 &= \frac{5-5\sqrt{3}+\sqrt{7}-\sqrt{21}+4+4\sqrt{3}-\sqrt{7}-\sqrt{21}}{(1+\sqrt{3})(1-\sqrt{3})} \\
 &= \frac{9-\sqrt{3}-2\sqrt{21}}{1-3} \\
 &= \frac{-9+\sqrt{3}+2\sqrt{21}}{2}
 \end{aligned}$$

SUMBANG SARAN

"Hasil darab dua nombor tak nisbah akan menghasilkan nombor tak nisbah."

Bincangkan dan beri justifikasi anda tentang pernyataan ini.

Latih Diri 4.7

1. Nisbahkan penyebut dan permudahkan setiap yang berikut.

(a) $\frac{2}{\sqrt{5}}$

(b) $\frac{7}{\sqrt{2}}$

(c) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$

(d) $\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{12}}$

(e) $\frac{1 + \sqrt{3}}{\sqrt{12}}$

(f) $\frac{3 + \sqrt{2}}{5 - \sqrt{5}}$

(g) $\frac{6 - \sqrt{3}}{9 - \sqrt{12}}$

(h) $\frac{3 + \sqrt{2}}{5 - \sqrt{2}} + \frac{4 - \sqrt{3}}{7 + \sqrt{3}}$

(i) $\frac{7 - \sqrt{5}}{5 + \sqrt{5}} - \frac{6 + \sqrt{3}}{6 - \sqrt{3}}$



Menyelesaikan masalah yang melibatkan surd

Contoh 17

APLIKASI MATEMATIK

Rajah di sebelah menunjukkan sebuah rumah berbentuk piramid. Bahagian hadapan rumah itu yang berbentuk segi tiga mempunyai keluasan $(20\sqrt{3} - 4) \text{ m}^2$ dengan panjang tapaknya ialah $(4 + 4\sqrt{3}) \text{ m}$. Cari tinggi bahagian hadapan rumah yang berbentuk segi tiga itu dalam bentuk $(a + b\sqrt{3})$, dengan a dan b ialah nombor nisbah.



Penyelesaian

1. Memahami masalah

- ◆ Luas bahagian berbentuk segi tiga = $(20\sqrt{3} - 4) \text{ m}^2$
- ◆ Panjang tapak segi tiga = $(4 + 4\sqrt{3}) \text{ m}$
- ◆ Cari tinggi segi tiga dalam bentuk $(a + b\sqrt{3})$

2. Merancang strategi

- ◆ Gunakan rumus luas segi tiga = $\frac{1}{2} \times \text{tapak} \times \text{tinggi}$

3. Melaksanakan strategi

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \times (4 + 4\sqrt{3}) \times t &= 20\sqrt{3} - 4 \\ (2 + 2\sqrt{3})t &= 20\sqrt{3} - 4 \\ t &= \frac{20\sqrt{3} - 4}{2 + 2\sqrt{3}} \\ &= \frac{20\sqrt{3} - 4}{2 + 2\sqrt{3}} \times \frac{2 - 2\sqrt{3}}{2 - 2\sqrt{3}} \\ &= \frac{40\sqrt{3} - 120 - 8 + 8\sqrt{3}}{-8} \\ &= \frac{-128 + 48\sqrt{3}}{-8} \\ &= 16 - 6\sqrt{3} \end{aligned}$$

Tinggi bahagian rumah berbentuk segi tiga ialah $(16 - 6\sqrt{3}) \text{ m}$.

4. Membuat refleksi

$$\begin{aligned}\text{Luas segi tiga} &= \frac{1}{2} \times (4 + 4\sqrt{3}) \times (16 - 6\sqrt{3}) \\ &= (2 + 2\sqrt{3})(16 - 6\sqrt{3}) \\ &= 32 - 12\sqrt{3} + 32\sqrt{3} - 36 \\ &= (20\sqrt{3} - 4) \text{ m}^2\end{aligned}$$

Contoh 18

Selesaikan $x - 4\sqrt{x} + 3 = 0$.

Penyelesaian

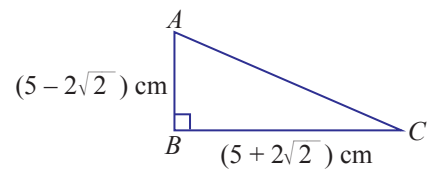
$$\begin{aligned}x - 4\sqrt{x} + 3 &= 0 \\ (\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} - 1) &= 0 \quad \leftarrow \text{Faktorkan} \\ \sqrt{x} - 3 &= 0 \quad \text{atau} \quad \sqrt{x} - 1 = 0 \\ \sqrt{x} &= 3 \quad \quad \quad \sqrt{x} &= 1 \\ (\sqrt{x})^2 &= 3^2 \quad \quad \quad (\sqrt{x})^2 &= 1^2 \\ x &= 9 \quad \quad \quad x &= 1\end{aligned}$$

Latih Diri 4.8

1. Sebuah segi tiga ABC mempunyai sudut $ABC = 60^\circ$, $AB = 3\sqrt{3}$ cm dan $BC = 4\sqrt{3}$ cm. Cari panjang AC .

2. Rajah di sebelah menunjukkan sebuah segi tiga bersudut tegak ABC .

- (a) Cari luas segi tiga ABC .
(b) Cari panjang AC .



3. Selesaikan persamaan $2 + 3\sqrt{y} = 6\sqrt{3} + 5$. Tulis jawapan anda dalam bentuk $a + b\sqrt{3}$, dengan a dan b ialah nombor nisbah.

4. Selesaikan persamaan yang berikut.

- (a) $\sqrt{2 - 7x} + 2x = 0$
(b) $\sqrt{2x + 1} + \sqrt{2x - 1} = 2$
(c) $\sqrt{4x + 3} - \sqrt{4x - 1} = 2$

Latihan Intensif 4.2

Imbas kod QR atau layari bit.ly/2GSsZST untuk kuiz



1. Tuliskan yang berikut sebagai surd tunggal.

(a) $\sqrt{5} \times \sqrt{11}$ (b) $\sqrt{7} \times \sqrt{10}$ (c) $\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{18}}$ (d) $\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{8}}$

2. Tuliskan yang berikut dalam bentuk $a\sqrt{b}$, dengan a dan b ialah integer dan a ialah nilai yang paling besar.

(a) $\sqrt{24}$ (b) $\sqrt{162}$ (c) $\frac{\sqrt{54}}{\sqrt{3}}$ (d) $\left(\frac{2\sqrt{6}}{3}\right)^2$

3. Permudahkan.

(a) $3\sqrt{10} + 5\sqrt{10}$ (b) $6\sqrt{11} - \sqrt{11}$ (c) $13\sqrt{13} - 2\sqrt{13}$
 (d) $2\sqrt{45} + \sqrt{20}$ (e) $3\sqrt{27} - \sqrt{72}$ (f) $\sqrt{18} + \sqrt{27}$
 (g) $3\sqrt{15} \times 7\sqrt{5}$ (h) $\sqrt{72} \times 4\sqrt{15}$ (i) $\sqrt{4}(2\sqrt{3}) - 5\sqrt{3}$
 (j) $\sqrt{7}(3 + 7\sqrt{7})$ (k) $\sqrt{5}(7 - 5\sqrt{5})$ (l) $(3 + 3\sqrt{7})(3 + 5\sqrt{7})$
 (m) $(7 + 5\sqrt{7})(3 - 5\sqrt{7})$ (n) $(7 - 5\sqrt{5})(3 - 5\sqrt{5})$ (o) $\frac{\sqrt{112}}{\sqrt{7}}$
 (p) $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{108}}$ (q) $\frac{\sqrt{88}}{2\sqrt{11}}$ (r) $\frac{9\sqrt{20}}{3\sqrt{5}}$

4. Diberi $A = 3\sqrt{5} + 7\sqrt{3}$, $B = 2\sqrt{5} - 7\sqrt{7}$ dan $C = 2\sqrt{3} - 9\sqrt{8}$. Permudahkan

(a) $A + B$ (b) $A - C$ (c) $3A + 2B$ (d) $3A + B - 2C$

5. Nisbahkan penyebut dan permudahkan ungkapan yang berikut.

(a) $\frac{2}{\sqrt{5}}$ (b) $\frac{4}{3 - \sqrt{5}}$ (c) $\frac{4}{3 - 3\sqrt{5}}$
 (d) $\frac{5}{2\sqrt{3} - \sqrt{2}}$ (e) $\frac{4 + \sqrt{5}}{3 - \sqrt{5}}$ (f) $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{7}}{\sqrt{3} + \sqrt{7}}$

6. Tuliskan yang berikut sebagai pecahan tunggal.

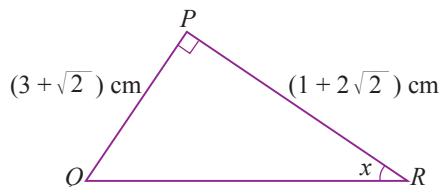
(a) $\frac{1}{1 + \sqrt{3}} + \frac{1}{1 - \sqrt{3}}$ (b) $\frac{2}{\sqrt{7} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{7} - \sqrt{2}}$ (c) $\frac{2}{4 - \sqrt{3}} + \frac{1}{4 + \sqrt{3}}$

7. Luas sebuah segi empat ialah $(8 + \sqrt{10}) \text{ cm}^2$. Satu daripada sisinya mempunyai panjang $(\sqrt{5} + \sqrt{2}) \text{ cm}$. Cari panjang sisi yang satu lagi dalam bentuk $a\sqrt{5} + b\sqrt{2}$.

8. Rajah di sebelah menunjukkan sebuah segi tiga bersudut tegak PQR .

(a) Cari nilai bagi $\tan x$. Tulis jawapan anda dalam bentuk $\frac{a + b\sqrt{2}}{c}$, dengan a , b dan c ialah integer.

(b) Cari luas segi tiga PQR . Tulis jawapan anda dalam bentuk $\frac{p + q\sqrt{2}}{r}$, dengan p , q dan r ialah integer.



4.3 Hukum Logaritma



Menghubungkan persamaan dalam bentuk indeks dengan bentuk logaritma dan menentukan nilai logaritma sesuatu nombor

Suatu persamaan dalam bentuk indeks boleh ditulis sebagai $N = a^x$ dengan $a > 0$ dan $a \neq 1$. N , a dan x ialah pemboleh ubah. Kita boleh mencari nilai satu pemboleh ubah jika nilai bagi dua pemboleh ubah yang lain diberi. Misalnya,

- (a) jika $81 = 9^x$, maka $x = 2$
 (b) jika $1\ 000 = a^3$, maka $a = \sqrt[3]{1\ 000}$
 $= 10$
 (c) jika $N = 5^3$, maka $N = 125$

Bolehkah anda mencari nilai x bagi persamaan-persamaan berikut?

- (a) $50 = 4^x$
 (b) $69 = 7^x$
 (c) $80 = 8^x$

Apakah kaedah yang boleh digunakan? Mari kita teroka dengan lebih lanjut. Inkuiri 8 akan menjelaskan cara penyelesaian persamaan di atas.

Jika $a^m = a^n$ maka, $m = n$
 Jika $a^m = b^m$ maka, $a = b$



INKUIRI 8

Berkumpulan

Tujuan: Menghubungkan persamaan dalam bentuk indeks dan bentuk logaritma

Arahan:

1. Imbas kod QR atau layari pautan di sebelah.
2. Klik pada petak “Graf persamaan bentuk indeks” dan perhatikan graf bagi fungsi $f(x) = a^x$ yang terbentuk.
3. Kemudian, klik pada petak “Graf persamaan bentuk logaritma” dan perhatikan graf bagi fungsi $g(x) = \log_a(x)$ yang terbentuk.
4. Seret gelongsor a ke kiri dan ke kanan. Catatkan pemerhatian anda tentang perubahan yang berlaku pada graf apabila nilai a berubah.
5. Seret gelongsor a pada nilai 1. Adakah wujud graf bagi $g(x) = \log_a x$? Apakah bentuk graf bagi $f(x) = a^x$ yang terhasil? Catatkan hasil dapatan anda.
6. Seret gelongsor a pada nilai negatif. Adakah wujud graf $f(x) = a^x$ dan $g(x) = \log_a x$? Catatkan hasil dapatan anda.
7. Bincangkan kewujudan logaritma bagi nombor negatif dan sifar.
8. Kemudian, sahkan sama ada pernyataan yang berikut adalah benar atau palsu.
 - (a) $\log_a 1 = 0$
 - (b) $\log_a a = 1$



ggbm.at/pu5afgws

Hasil daripada Inkuiri 8, didapati bahawa perkaitan antara persamaan dalam bentuk indeks dan logaritma boleh ditakrifkan seperti berikut:

$$\log_a N = x \Leftrightarrow N = a^x \text{ dengan } a > 0 \text{ dan } a \neq 1$$

Daripada takrifan di atas, dapat disimpulkan bahawa:

$$a^0 = 1 \Leftrightarrow \log_a 1 = 0 \quad \text{dan} \quad a^1 = a \Leftrightarrow \log_a a = 1$$

Maka, untuk sebarang nombor nyata, $a > 0$ dan $a \neq 1$, pernyataan berikut adalah benar.

$$\log_a 1 = 0$$

$$\log_a a = 1$$

Perhatikan bahawa:

$$\log_a N \text{ tertakrif jika } N > 0 \text{ dan } a > 0, a \neq 1$$

Contohnya, $\log_7 0$, $\log_{10}(-10)$, $\log_0 2$ dan $\log_1 13$ tidak tertakrif.

Asas bagi logaritma mestilah bernilai positif. Biasanya, 1 tidak digunakan sebagai asas kerana $1^n = 1$ bagi sebarang nilai n .

Jika diberi nilai logaritma biasa bagi suatu nombor, nombor itu boleh dicari dengan menggunakan kalkulator saintifik. Nombor itu dinamakan sebagai **antilogaritma** atau ringkasnya **antilog**.

$$\text{Jika } \log_{10} N = x, \text{ maka antilog } x = N$$

Berdasarkan takrif logaritma bagi suatu nombor, kita boleh menukarkan satu persamaan indeks kepada bentuk logaritma.

Indeks nombor kuasa merupakan nilai logaritma

$$\text{Diberi } 16 = 2^4 \text{ maka } \log_2 16 = 4$$

Asas nombor kuasa adalah asas logaritma

Sebaliknya, kita juga boleh menukar satu persamaan dalam bentuk logaritma kepada bentuk indeks.

$$\text{Jika } \log_2 16 = 4, \text{ maka } 16 = 2^4$$

TIP PINTAR

$$\log_a a^x = x$$

POKET MATEMATIK

Bentuk indeks	Bentuk logaritma
$4^0 = 1$	$\log_4 1 = 0$
$10^0 = 1$	$\log_{10} 1 = 0$
$7^1 = 7$	$\log_7 7 = 1$
$10^1 = 10$	$\log_{10} 10 = 1$


POKET MATEMATIK

Logaritma biasa ialah logaritma dengan asas 10. Contohnya, $\log_{10} a = \lg a$

Muzium Matematik

Nilai logaritma biasa boleh ditentukan dengan menggunakan kalkulator saintifik atau buku sifir empat angka.

Imbas kod QR di bawah untuk mendapatkan buku sifir 4 angka.



bit.ly/2CZi1Jt

INKUIRI 9

Berpasangan PAK-21

Tujuan: Menghubungkan graf fungsi eksponen dan fungsi logaritma**Arahan:**

1. Salin dan lengkapkan jadual di bawah bagi $y = 2^x$.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	$\frac{1}{8}$						

2. Kemudian, salin dan lengkapkan jadual di bawah bagi fungsi songsangan bagi $y = 2^x$, iaitu dengan menukarkan nilai x kepada nilai y dan sebaliknya.

x	$\frac{1}{8}$						
y	-3						

3. Lukiskan graf y melawan x bagi $y = 2^x$ dan fungsi songsangannya pada paksi yang sama.
4. Catatkan pemerhatian anda tentang kedua-dua graf yang dilukis.
5. Bentangkan hasil dapatan anda di hadapan kelas.

Hasil daripada Inkuiri 9, $f: x \rightarrow 2^x$, $x = f^{-1}(2^x)$.

Katakan $y = 2^x$,

maka $x = f^{-1}(y)$

$\log_2 y = \log_2 2^x$

$\log_2 y = x$

Gantikan $x = \log_2 y$ dalam $x = f^{-1}(y)$

maka, $f^{-1}(y) = \log_2 y$

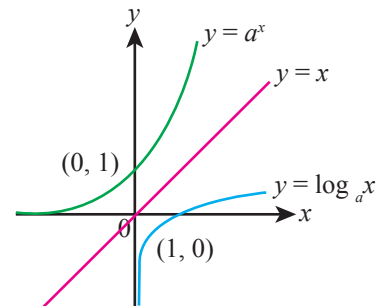
atau $f^{-1}(x) = \log_2 x$

Umumnya,

Jika $f: x \rightarrow a^x$, maka $f^{-1}: x \rightarrow \log_a x$

Oleh itu,

$y = \log_a x$ ialah songsangan bagi $a^y = x$



Contoh 19

Tukarkan $2^4 = 16$ kepada bentuk logaritma.

Penyelesaian

$$2^4 = 16$$

$$\log_2 16 = 4$$

Contoh 20

Tukarkan $\log_3 27 = 3$ kepada bentuk indeks.

Penyelesaian

$$\log_3 27 = 3$$
$$3^3 = 27$$

Contoh 21

Cari nilai bagi setiap yang berikut.

(a) $\log_{10} 7$

(b) $\log_{10} 79$

(c) $\log_{10} \left(\frac{3}{4}\right)^3$

Penyelesaian

(a) $\log_{10} 7 = 0.8451$

(b) $\log_{10} 79 = 1.8976$

(c) $\log_{10} \left(\frac{3}{4}\right)^3 = \log_{10} \left(\frac{27}{64}\right)$
 $= -0.3748$

Contoh 22

Cari nilai setiap yang berikut.

(a) $\log_5 625$

(b) $\log_6 7\,776$

Penyelesaian

(a) Katakan, $\log_5 625 = x$
 $5^x = 625$
 $5^x = 5^4$
 $x = 4$

Maka, $\log_5 625 = 4$

Katakan, $\log_6 7\,776 = y$
 $6^y = 7\,776$
 $6^y = 6^5$
 $y = 5$

Maka, $\log_6 7\,776 = 5$

Contoh 23

(a) Cari nilai x jika $\log_5 x = 3$.

(b) Cari nilai y jika $\log_3 y = 4$.

Penyelesaian

(a) $\log_5 x = 3$
 $x = 5^3$
 $x = 125$

(b) $\log_3 y = 4$
 $y = 3^4$
 $y = 81$

Contoh 24

Cari nilai bagi setiap yang berikut.

(a) antilog 0.1456

(b) antilog (-0.3976)

Penyelesaian

(a) antilog 0.1456 = 1.3983

(b) antilog $(-0.3976) = 0.4003$

Latih Diri 4.9

1. Tukarkan yang berikut kepada bentuk logaritma.

(a) $3^4 = 81$

(b) $2^7 = 128$

(c) $5^3 = 125$

(d) $6^3 = 216$

2. Tukarkan yang berikut kepada bentuk indeks.

(a) $\log_{10} 10\,000 = 4$

(b) $\log_{10} 0.0001 = -4$

(c) $\log_2 128 = 7$

(d) $\log_4 64 = 3$

3. Cari nilai bagi setiap yang berikut.

(a) $\log_{10} 9$

(b) $\log_{10} 99$

(c) $\log_{10} \left(\frac{5}{6}\right)^3$

(d) $\log_2 64$

(e) $\log_3 81$

(f) $\log_4 256$

(g) $\log_{10} 100\,000$

4. Selesaikan persamaan berikut.

(a) $\log_2 x = 5$

(b) $\log_8 x = 3$

(c) $\log_2 x = 8$

5. Cari nilai bagi setiap yang berikut.

(a) antilog 2.1423

(b) antilog 1.3923

(c) antilog 3.7457

(d) antilog (-3.3923)

(e) antilog (-2.5676)

(f) antilog (-4.5555)

**Membuktikan hukum logaritma****INKUIRI 10**

Berkumpulan

PAK-21

Tujuan: Membuktikan hukum logaritma

Arahan:

1. Imbas kod QR atau layari pautan di sebelah.
2. Perhatikan contoh tiga hukum logaritma yang dipaparkan.
3. Seret gelongsor a , b dan n . Perhatikan perubahan yang berlaku pada ketiga-tiga hukum logaritma.
4. Bincangkan ketiga-tiga hukum logaritma tersebut dan buat satu kesimpulan.
5. Lakukan pembentangan ringkas mengenai dapatan anda.



ggbm.at/cpkxqmbj

Hasil daripada Inkuiri 10, tiga hukum asas bagi logaritma adalah seperti berikut:

Jika a , x dan y ialah positif dan $a \neq 1$, maka

(a) $\log_a xy = \log_a x + \log_a y$ (Hukum hasil darab)

(b) $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$ (Hukum hasil bahagi)

(c) $\log_a x^n = n \log_a x$ untuk sebarang nombor nyata n (Hukum kuasa)

Setiap hukum asas logaritma di atas boleh dibuktikan seperti berikut:

Andaikan $x = a^p$ dan $y = a^q$, maka $p = \log_a x$ dan $q = \log_a y$.

(a) $xy = a^p \times a^q = a^{p+q}$

Maka, $\log_a xy = p + q$ ← Daripada takrifan logaritma

$\log_a xy = \log_a x + \log_a y$ ← Gantikan $p = \log_a x$ dan $q = \log_a y$

(b) $\frac{x}{y} = \frac{a^p}{a^q} = a^{p-q}$

Maka, $\log_a \frac{x}{y} = p - q$ ← Daripada takrifan logaritma

$\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$ ← Gantikan $p = \log_a x$ dan $q = \log_a y$

(c) $x^n = (a^p)^n = a^{pn}$

Maka, $\log_a x^n = pn$ ← Daripada takrifan logaritma

$\log_a x^n = n \log_a x$ ← Gantikan $p = \log_a x$

Contoh 25

Diberi $\log_5 15 = 1.6826$ dan $\log_5 4 = 0.8614$. Cari nilai bagi setiap yang berikut.

- (a) $\log_5 60$ (b) $\log_5 12$ (c) $\log_5 100$

Penyelesaian

(a) $\log_5 60 = \log_5 (15 \times 4)$
 $= \log_5 15 + \log_5 4$
 $= 1.6826 + 0.8614$
 $= 2.544$

(b) $\log_5 12 = \log_5 \left(\frac{60}{5}\right)$
 $= \log_5 60 - \log_5 5$ ← $\log_a a^x = x$
 $= 2.544 - 1$
 $= 1.544$

(c) $\log_5 100 = \log_5 (25 \times 4)$
 $= \log_5 25 + \log_5 4$
 $= \log_5 5^2 + \log_5 4$
 $= 2 \log_5 5 + 0.8614$
 $= 2 + 0.8614$
 $= 2.861$

Galuk Teknologi

Semak jawapan anda dengan menggunakan aplikasi *Photomath*. Imbas kod QR di bawah untuk memuat turun aplikasi *Photomath*.



bit.ly/2Rg86YH

Contoh 26

Cari nilai bagi setiap yang berikut tanpa menggunakan kalkulator.

(a) $\log_5 750 - \log_5 6$

(b) $\log_3 8 + 2 \log_3 6 - \log_3 \frac{96}{9}$

Penyelesaian

$$\begin{aligned} \text{(a) } \log_5 750 - \log_5 6 &= \log_5 \frac{750}{6} \\ &= \log_5 125 \\ &= \log_5 5^3 \\ &= 3 \log_5 5 \leftarrow \log_a a^x = x \\ &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(b) } \log_3 8 + 2 \log_3 6 - \log_3 \frac{96}{9} &= \log_3 8 + \log_3 6^2 - \log_3 \frac{96}{9} \\ &= \log_3 \left(8 \times 36 \div \frac{96}{9} \right) \\ &= \log_3 27 \\ &= \log_3 3^3 \\ &= 3 \log_3 3 \leftarrow \log_a a^x = x \\ &= 3 \end{aligned}$$

Latih Diri 4.10

1. Diberi bahawa $\log_7 4 = 0.712$ dan $\log_7 5 = 0.827$. Nilaikan setiap yang berikut.

(a) $\log_7 1\frac{1}{4}$

(b) $\log_7 28$

(c) $\log_7 100$

(d) $\log_7 0.25$

2. Nilaikan setiap yang berikut tanpa menggunakan kalkulator.

(a) $\log_3 21 + \log_3 18 - \log_3 14$

(b) $2 \log_4 2 - \frac{1}{2} \log_4 9 + \log_4 12$

(c) $\log_2 7 + \log_2 12 - \log_2 21$

**Mempermudah ungkapan algebra menggunakan hukum logaritma**

Ungkapan algebra yang melibatkan logaritma boleh dipermudah dengan menggunakan hukum logaritma.

Contoh 27

Ungkapkan setiap yang berikut sebagai satu logaritma tunggal.

(a) $\log_a x + 3 \log_a y$

(b) $2 \log_a x - \frac{1}{2} \log_a y$

(c) $2 \log_3 x + \log_3 y - 1$

Penyelesaian

$$\begin{aligned} \text{(a) } \log_a x + 3 \log_a y &= \log_a x + \log_a y^3 \\ &= \log_a xy^3 \end{aligned}$$



Menyelesaikan masalah yang melibatkan hukum logaritma

Masalah yang melibatkan indeks, misalnya $3^x = 70$ yang tidak boleh diungkapkan dalam bentuk $a^x = a^y$ atau $a^x = b^x$ boleh diselesaikan dengan menggunakan logaritma.

Contoh 32

Selesaikan persamaan $3^{x-4} = 50^{x-3}$.

Penyelesaian

$$\begin{aligned}
 3^{x-4} &= 50^{x-3} \\
 (x-4) \log 3 &= (x-3) \log 50 \quad \leftarrow \text{Ambil logaritma asas 10} \\
 x \log 3 - 4 \log 3 &= x \log 50 - 3 \log 50 \quad \leftarrow \log_{10} a = \log a \\
 x \log 3 - x \log 50 &= -3 \log 50 + 4 \log 3 \\
 x (\log 3 - \log 50) &= -3 \log 50 + 4 \log 3 \\
 x &= \frac{-3 \log 50 + 4 \log 3}{\log 3 - \log 50} \\
 &= 2.610
 \end{aligned}$$

Contoh 33

Selesaikan persamaan logaritma jati berikut.

(a) $\ln(4x - 2) = 5$

(b) $10e^{2x} = 35$

Penyelesaian

(a) $\ln(4x - 2) = 5$

$$\log_e(4x - 2) = 5$$

$$e^5 = 4x - 2$$

$$148.4132 = 4x - 2$$

$$4x = 150.4132$$

$$x = \frac{150.4132}{4}$$

$$= 37.603$$

(b) $10e^{2x} = 35$

$$e^{2x} = 3.5$$

$$\ln e^{2x} = \ln 3.5$$

$$2x \ln e = \ln 3.5 \quad \leftarrow \ln e = 1$$

$$2x = \ln 3.5$$

$$x = \frac{\ln 3.5}{2}$$

$$= 0.626$$

Contoh 34

APLIKASI MATEMATIK

Suhu sebongkah besi meningkat daripada 30°C kepada $T^\circ\text{C}$ apabila dipanaskan selama x saat. Diberi $T = 30(1.2)^x$, cari

(a) suhu bongkah besi itu apabila dipanaskan selama 10.4 saat,

(b) masa, x , dalam saat, yang diambil untuk meningkatkan suhu bongkah besi tersebut daripada 30°C kepada $1\,500^\circ\text{C}$.

Penyelesaian

1. Memahami masalah

- ◆ Diberi rumus $T = 30(1.2)^x$
- ◆ Suhu meningkat daripada 30°C kepada $T^\circ\text{C}$.
- ◆ Cari T apabila $x = 10.4$ saat
- ◆ Cari x apabila suhu besi meningkat daripada 30°C kepada $1\,500^\circ\text{C}$.

2. Merancang strategi

- ◆ Gantikan nilai x ke dalam rumus untuk mencari nilai T .
- ◆ Gantikan nilai T ke dalam rumus untuk mencari nilai x .

3. Melaksanakan strategi

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad T &= 30(1.2)^x \\ &= 30(1.2)^{10.4} \\ &= 199.8^\circ\text{C} \end{aligned}$$

Maka, suhu besi selepas 10.4 saat ialah 199.8°C .

$$\begin{aligned} \text{(b)} \quad T &= 30(1.2)^x \\ 1\,500 &= 30(1.2)^x \\ \frac{1\,500}{30} &= (1.2)^x \end{aligned}$$

$$50 = (1.2)^x$$
$$\log 50 = x \log 1.2$$

$$x = \frac{\log 50}{\log 1.2}$$
$$= 21.4567$$

Maka, masa yang diambil oleh bongkah besi itu untuk mencapai suhu $1\,500^\circ\text{C}$ ialah 21.4567 saat.

4. Membuat refleksi

- (a) Apabila $T = 199.8^\circ\text{C}$, maka

$$199.8 = 30(1.2)^x$$

$$\frac{199.8}{30} = (1.2)^x$$

$$6.66 = (1.2)^x$$

$$\log 6.66 = x \log 1.2$$

$$x = \frac{\log 6.66}{\log 1.2}$$

$$= 10.4 \text{ saat}$$

- (b) Apabila $x = 21.4567$ saat, maka

$$T = 30(1.2)^{21.4567}$$

$$\approx 1\,500^\circ\text{C}$$

Latih Diri 4.13

1. Selesaikan persamaan yang berikut dengan memberikan jawapan betul kepada tiga tempat perpuluhan.
(a) $4^{2x-1} = 7^x$ (b) $5^{2x-1} = 79^{x-1}$ (c) $7^{3x-1} = 50^x$
2. Selesaikan persamaan berikut menggunakan logaritma jati. Berikan jawapan betul kepada tiga tempat perpuluhan.
(a) $\ln(5x+2) = 15$ (b) $30e^{2x+3} = 145$ (c) $5e^{3x-4} = 35$
(d) $\ln(3x-2) = 4$ (e) $41 - e^{2x} = 5$ (f) $\ln(x+1)^2 = 4$
3. Harga sebuah rumah selepas n tahun diberi oleh $\text{RM}260\,000\left(\frac{9}{8}\right)^n$. Cari bilangan tahun minimum supaya harga rumah tersebut lebih daripada $\text{RM}300\,000$ buat kali pertama.

- Jumlah simpanan sebuah syarikat selepas n tahun diberi oleh $\text{RM}2\,000(1 + 0.07)^n$. Cari bilangan tahun minimum supaya jumlah simpanannya melebihi $\text{RM}4\,000$.
- Selepas n tahun, wang Encik Chong di sebuah bank menjadi $\text{RM}4\,000(1.1)^n$. Hitung bilangan tahun supaya wang Encik Chong melebihi $\text{RM}5\,100$ buat kali pertama.
- Tekanan udara, dalam Hg, bagi ketinggian 10 km di atas paras laut diberi oleh $P = 760e^{-0.125h}$, dengan h ialah ketinggian, dalam km, dan $e = 2.718$. Cari ketinggian di atas paras laut jika tekanan pada ketinggian tersebut ialah 380 mm Hg.

Latihan Intensif 4.3

Imbas kod QR atau layari bit.ly/330zUmc untuk kuiz



- Diberi $\log_5 3 = 0.683$ dan $\log_5 7 = 1.209$. Tanpa menggunakan kalkulator atau buku sifir empat angka, kira $\log_5 1$ dan $\log_7 75$.
- Diberi $\log_a 3 = x$ dan $\log_a 5 = y$, ungkapkan $\log_a \left(\frac{45}{a^3}\right)$ dalam sebutan x dan y .
- Cari nilai bagi $\log_4 8 + \log_r \sqrt{r}$.
- Tanpa menggunakan kalkulator atau buku sifir empat angka, permudahkan $\frac{\log_{12} 49 \times \log_{64} 12}{\log_{16} 7}$.
- Diberi $\log_{10} x = 2$ dan $\log_{10} y = -1$, buktikan $xy - 100y^2 = 9$.
- Diberi $\log_5 2 = m$ dan $\log_5 7 = p$, ungkapkan $\log_5 4.9$ dalam sebutan m dan p .
- Permudahkan $\log_2 (2x + 1) - 5 \log_4 x^2 + 4 \log_2 x$.
- Diberi bahawa $\log_2 xy = 2 + 3 \log_2 x - \log_2 y$, ungkapkan y dalam sebutan x .
- Diberi $\log_2 b = x$ dan $\log_2 c = y$, ungkapkan $\log_4 \left(\frac{8b}{c}\right)$ dalam sebutan x dan y .
- Kuasa bagi satu bunyi, dalam unit desibel, dihitung menggunakan rumus $d = 10 \log_{10} \left(\frac{P}{P_0}\right)$ dengan d ialah kuasa bunyi, dalam desibel, P ialah kuasa bunyi, dalam Watt dan P_0 ialah kuasa bunyi paling lemah yang dapat dikesan oleh telinga manusia, dalam Watt yang merupakan suatu pemalar. Di sebuah rumah, sebuah pam air panas mempunyai kadaran bunyi 50 desibel dan kadaran kuasa 10^{-7} Watt manakala sebuah mesin pencuci pinggan mempunyai kadaran bunyi 62 desibel.
 - Kira nilai bagi P_0 .
 - Cari nisbah kadaran kuasa, dalam unit Watt, bagi mesin pencuci pinggan kepada pam air panas.
 - Kuasa bagi satu bunyi yang melebihi 100 Watt dikatakan menyakitkan telinga manusia. Nyatakan kuasa minimum bagi satu bunyi, dalam unit desibel, yang dianggap menyakitkan telinga manusia.
- Pertambahan populasi di sebuah negara diberi oleh fungsi $P = 2\,500\,000e^{0.04t}$ dengan t ialah bilangan tahun selepas tahun 2020 dan $e = 2.718$.
 - Apakah populasi negara itu pada tahun 2020?
 - Apakah populasi negara itu pada tahun 2030?
 - Pada tahun berapakah populasi negara tersebut melebihi 50 000 000?

4.4 Aplikasi Indeks, Surd dan Logaritma



Menyelesaikan masalah melibatkan indeks, surd dan logaritma

Contoh 35

APLIKASI MATEMATIK

Ahli entomologi mendapati bahawa wabak gangguan belalang terhadap tanaman tersebar seluas $A(n) = 1\,000 \times 2^{0.2n}$ ekar, dengan n ialah bilangan minggu selepas pemerhatian awal dibuat.

- Cari luas asal kawasan wabak.
- Cari luas kawasan wabak setelah
 - 5 minggu,
 - 10 minggu.
- Berapakah masa yang diambil untuk wabak itu merebak ke kawasan seluas 8 000 ekar?

Penyelesaian

1. Memahami masalah

- ◆ Diberi rumus $A(n) = 1\,000 \times 2^{0.2n}$
- ◆ $n = 0, n = 5, n = 10$
- ◆ $A = 8\,000$ ekar

2. Merancang strategi

- ◆ Gantikan nilai n ke dalam rumus yang diberi.
- ◆ Gantikan nilai A ke dalam rumus yang diberi.

4. Membuat refleksi

- Apabila $A = 1\,000$,
$$1\,000 = 1\,000 \times 2^{0.2n}$$
$$2^{0.2n} = 1$$
$$0.2n \log 2 = \log 1$$
$$n = \frac{\log 1}{0.2 \times \log 2}$$
$$n = 0 \text{ minggu}$$
- Apabila $A = 2\,000$,
$$2\,000 = 1\,000 \times 2^{0.2n}$$
$$2^{0.2n} = 2$$
$$0.2n \log 2 = \log 2$$
$$n = \frac{\log 2}{0.2 \times \log 2}$$
$$n = 5 \text{ minggu}$$
 - Apabila $A = 4\,000$,
$$4\,000 = 1\,000 \times 2^{0.2n}$$
$$2^{0.2n} = 4$$
$$0.2n \log 2 = \log 4$$
$$n = \frac{\log 4}{0.2 \times \log 2}$$
$$n = 10 \text{ minggu}$$
- Apabila $n = 15$,
$$A = 1\,000 \times 2^{0.2(15)}$$
$$= 8\,000 \text{ ekar}$$

3. Melaksanakan strategi

- $A(n) = 1\,000 \times 2^{0.2n}$
$$A(0) = 1\,000 \times 2^{0.2(0)}$$
$$= 1\,000 \times 1$$
$$= 1\,000 \text{ ekar}$$
- $A(n) = 1\,000 \times 2^{0.2n}$
$$A(5) = 1\,000 \times 2^{0.2(5)}$$
$$= 1\,000 \times 2^1$$
$$= 2\,000 \text{ ekar}$$
 - $A(n) = 1\,000 \times 2^{0.2n}$
$$A(10) = 1\,000 \times 2^{0.2(10)}$$
$$= 1\,000 \times 2^2$$
$$= 4\,000 \text{ ekar}$$
- $8\,000 = 1\,000 \times 2^{0.2n}$
$$2^{0.2n} = 8$$
$$2^{0.2n} = 2^3$$
$$0.2n = 3$$
$$n = 15$$

Maka, masa untuk wabak itu merebak ke kawasan seluas 8 000 ekar ialah 15 minggu.

Latih Diri 4.14

- Seorang pekebun memantau serangan serangga terhadap tanaman di kebunnya. Dia mendapati bahawa serangan serangga terhadap luas tanaman diberi oleh persamaan $A = 1\,000 \times 2^{0.7n}$ hektar, dengan n ialah bilangan minggu selepas minggu pertama pemantauan dibuat. Berapakah tempoh masa yang diambil oleh serangga untuk menyerang kawasan seluas 5 000 hektar?
- Arus elektrik yang mengalir dalam satu litar elektrik, t saat selepas suisnya ditutup diberi oleh $I = 32 \times 4^{-t}$ amp.
 - Berapakah arus yang mengalir ketika suisnya ditutup?
 - Berapakah arus yang mengalir selepas
 - 1 saat?
 - 2 saat?
 - Berapakah masa yang diambil untuk arus mencapai 0.5 amp?

Latihan Intensif 4.4

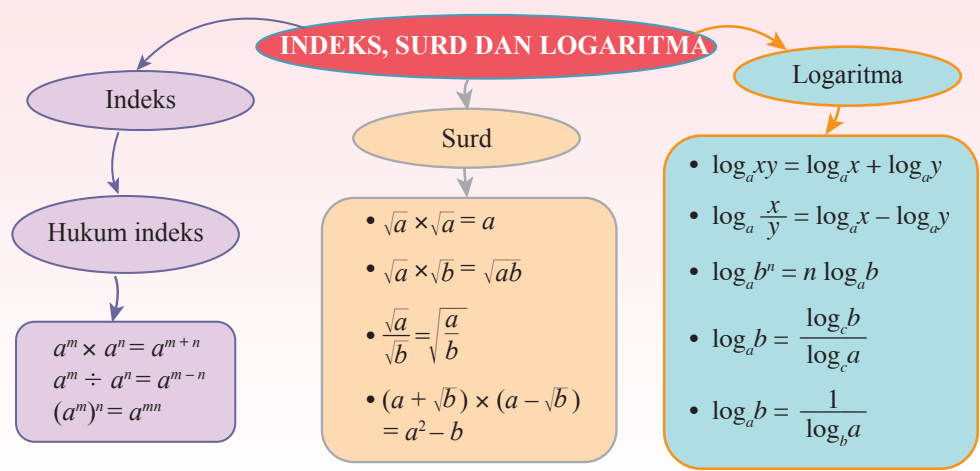
Imbas kod QR atau layari bit.ly/31bpUoG untuk kuiz



- Encik Ramasamy menyimpan wang sebanyak RM1 000 dalam sebuah bank. Jumlah wang itu meningkat mengikut persamaan $W = 1\,000(1.09)^t$ selepas t tahun. Hitung
 - jumlah wang selepas 5 tahun,
 - masa, t , dalam tahun jumlah wang meningkat daripada RM1 000 kepada RM1 200.
- Baki jisim bahan radioaktif uranium selepas t tahun diberi oleh $W(t) = 50 \times 2^{-0.0002t}$ gram, dengan $t \geq 0$.
 - Cari jisim asal uranium tersebut.
 - Cari masa yang diperlukan untuk jisim uranium berbaki 8 gram.
- Jisim, J suatu bakteria dalam tempoh t , iaitu masa, dalam jam diberi oleh $J = 25 \times e^{0.1t}$ gram.
 - Tunjukkan bahawa masa untuk jisim bakteria mencapai 50 gram ialah $10 \ln 2$ jam.
 - Cari masa itu tepat kepada dua tempat perpuluhan.

BAB 4

RUMUSAN BAB 4

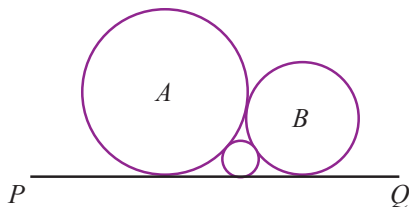


TULIS JURNAL ANDA

Bina satu poster yang mengandungi semua hukum indeks, surd dan logaritma mengikut kreativiti anda. Setiap hukum yang dinyatakan mestilah mengandungi contoh penggunaannya. Kemudian, gantungkan poster anda di dalam kelas.

LATIHAN PENGUKUHAN

1. Selesaikan persamaan $4^{2x-1} + 4^{2x} = 4$. **TP1**
2. Selesaikan persamaan $5^{n+1} - 5^n + 5^{n-1} = 105$. **TP2**
3. Jika $\sqrt{5}x = \sqrt{3}x + \sqrt{7}$, cari nilai x dalam bentuk $\frac{\sqrt{a}}{b}$. **TP2**
4. Jika $\log_x a + \log_x \frac{1}{a} = t$, apakah nilai yang mungkin bagi t ? **TP2**
5. Rajah di bawah menunjukkan tiga bulatan. Bulatan A berjajari 2 cm dan bulatan B pula berjajari 1 cm.



PQ ialah tangen sepunya dan semua bulatan adalah bersentuhan antara satu sama lain. Cari jejari bulatan yang paling kecil. **TP5**

6. Suhu sejenis logam menyusut daripada 100°C kepada $T^\circ\text{C}$ mengikut persamaan $T = 100(0.9)^x$ selepas x saat. Hitung **TP4**
 - (a) suhu logam selepas 5 saat,
 - (b) masa, x , dalam saat untuk suhu logam menyusut daripada 100°C kepada 80°C .
7. Selepas n tahun, harga sebuah kereta yang dibeli oleh Raju ialah $\text{RM}60\,000\left(\frac{7}{8}\right)^n$. Cari bilangan tahun apabila harga kereta tersebut kurang daripada $\text{RM}20\,000$ buat kali pertama. **TP4**
8. Diberi $\log_x 3 = s$ dan $\log_{\sqrt{y}} 9 = t$, ungkapkan $\log_9 x^3 y$ dalam sebutan s dan/atau t . **TP4**

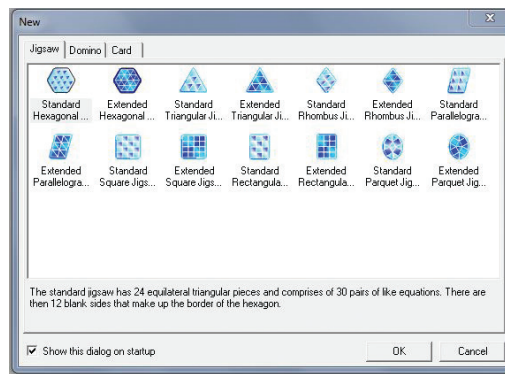
9. Dua eksperimen telah dijalankan untuk mencari hubungan antara pemboleh ubah x dan y . Hasil kedua-dua eksperimen menunjukkan bahawa hubungan antara x dan y masing-masing berdasarkan persamaan $3(9^x) = 27^y$ dan $\log_2 y = 2 + \log_2 (x - 2)$. Cari nilai x dan nilai y yang memenuhi kedua-dua eksperimen tersebut. **TP5**

10. Harga sebuah kereta menyusut dan boleh ditentukan dengan menggunakan persamaan $x \log_{10} \left(1 - \frac{2}{y}\right) = \log_{10} p - \log_{10} q$. Dalam persamaan ini, kereta dengan tempoh penggunaan y tahun dan harga RM q akan menyusut kepada RM p selepas digunakan selama x tahun. Sebuah kereta dibeli dengan harga RM100 000 mempunyai tempoh penggunaan 20 tahun. Jika harga kereta telah menyusut kepada RM10 000, cari tempoh penggunaan kereta itu. **TP5**

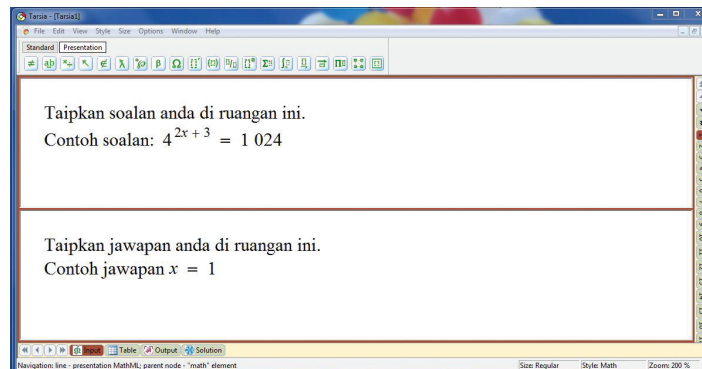
Penerokaan MATEMATIK

Membina permainan indeks dan surd menggunakan perisian Tarsia.

1. Muat turun perisian Tarsia di bit.ly/2SssDGz.
2. Klik “Standard Rhombus Jigsaw” pada paparan berikut.



3. Taipkan soalan dan jawapan di ruang yang berkenaan. Bilangan soalan yang perlu disediakan terparap di bahagian kanan skrin.



4. Kemudian, klik butang “Output” di bahagian bawah skrin untuk menjana *Jigsaw Puzzle*. Cetak *Jigsaw Puzzle* itu dan gunting mengikut bentuknya.
5. *Jigsaw Puzzle* sedia untuk digunakan. Klik butang “Solution” untuk menyemak jawapan.