

5.1 Janjang Aritmetik



Mengenal pasti janjang aritmetik

Encik Lee membina tangga di taman bunga miliknya. Dia menggunakan lapan biji bata pada anak tangga pertama. Setiap anak tangga yang seterusnya menggunakan tambahan lapan biji bata. Jumlah bata yang digunakan pada setiap anak tangga boleh ditulis dalam suatu jujukan 8, 16, 24, ... Jika Encik Lee ingin membina 18 anak tangga, berapakah bilangan bata yang diperlukan oleh Encik Lee?

8, 16, 24, ... ialah jujukan yang mengikut corak tertentu dan terhingga. Jujukan seperti 3, -3, 3, -3, ... ialah jujukan tak terhingga. Setiap nombor dalam jujukan dikenali sebagai sebutan, dengan sebutan pertama ditulis sebagai T_1 , sebutan kedua T_2 dan seterusnya sehingga sebutan T_n , iaitu sebutan ke- n .

INKUIRI 1

Berkumpulan

Tujuan: Memahami janjang aritmetik

Arahan:

- Perhatikan setiap poligon berikut dengan keadaan bilangan sisi poligon berturutan bertambah satu dari poligon sebelumnya.



(a)



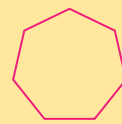
(b)



(c)



(d)



(e)



(f)

- Bahagikan setiap poligon kepada bentuk segi tiga seperti yang ditunjukkan pada poligon (b) dan (c).
- Dalam jadual, isikan hasil tambah sudut pedalaman bagi setiap poligon yang diberi.

Susunan poligon, n	$n = 1$	$n = 2$	$n = 3$	$n = 4$	$n = 5$	$n = 6$
Hasil tambah sudut pedalaman	180°					

- Bagaimanakah anda mendapatkan sebutan berturutan bagi hasil tambah sudut pedalaman poligon-poligon itu?
- Terangkan hubungan antara sebarang dua sebutan berturutan dan nyatakan nilai tetap yang menghubungkan dua sebutan itu.
- Tanpa melukis rajah, cari hasil tambah sudut pedalaman bagi susunan poligon yang kesepuluh.

Hasil daripada Inkuiri 1, didapati bahawa beza antara sebarang dua sebutan dalam suatu jujukan ialah satu pemalar yang sama. Pemalar tersebut dikenali sebagai **beza sepunya** dan diwakili dengan d . Oleh itu:

$$d = T_2 - T_1 = T_3 - T_2 = \dots = T_n - T_{n-1}$$

$$d \neq T_1 - T_2 \neq T_2 - T_3 \neq \dots \neq T_{n-1} - T_n$$

Jujukan yang mempunyai beza sepunya, d dikenali sebagai **janjang aritmetik**.

Janjang aritmetik ialah suatu jujukan nombor dengan setiap sebutan diperoleh dengan menambahkan satu pemalar kepada sebutan sebelumnya.

Contoh 1

Tentukan sama ada jujukan yang berikut ialah janjang aritmetik atau bukan. Beri justifikasi anda.

(a) 358, 350, 342, ...

(b) $\frac{2}{3}, 2, \frac{10}{3}, 5, \dots$

Penyelesaian

(a) $d_1 = 350 - 358 = -8$

$d_2 = 342 - 350 = -8$

Jujukan ini ialah janjang aritmetik kerana $d_1 = d_2 = -8$.

(b) $d_1 = 2 - \frac{2}{3} = \frac{4}{3}$

$d_2 = \frac{10}{3} - 2 = \frac{4}{3}$

$d_3 = 5 - \frac{10}{3} = \frac{5}{3}$

Jujukan ini bukan janjang aritmetik kerana $d_1 = d_2 \neq d_3$.

Contoh 2

Sebuah auditorium mempunyai 15 buah kerusi pada baris pertama, 19 buah kerusi pada baris kedua, 23 buah kerusi pada baris ketiga dan seterusnya. Tentukan sama ada susunan kerusi pada setiap baris mengikut janjang aritmetik atau bukan. Beri justifikasi anda.



Penyelesaian

Jujukan: 15, 19, 23, ...

$d_1 = 19 - 15 = 4$

$d_2 = 23 - 19 = 4$

Oleh sebab beza sepunya janjang ini adalah sama, iaitu 4, maka susunan kerusi pada setiap baris di dalam auditorium tersebut mengikut janjang aritmetik.

Latih Diri 5.1

1. Cari beza sepunya bagi setiap janjang aritmetik berikut dan nyatakan cara janjang aritmetik itu diperoleh.

(a) $-35, -21, -7, \dots$

(b) $2\sqrt{3}, 5\sqrt{3}, 8\sqrt{3}, \dots$

(c) $p + q, 2p, 3p - q, \dots$

(d) $\log_a 2, \log_a 2^4, \log_a 2^7, \dots$

2. Tentukan sama ada setiap jujukan berikut ialah jangjang aritmetik atau bukan dan beri justifikasi.

(a) $9, 13, 17, 21, \dots$

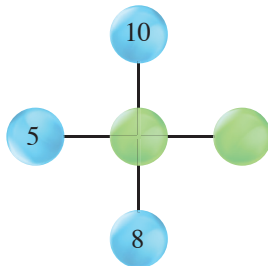
(b) $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}, \dots$

(c) $0.1, 0.01, 0.001, \dots$

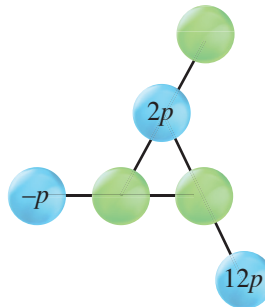
(d) $5 - x, 5, 5 + x, \dots$

3. Lengkapkan jaringan nombor yang berikut, diberi hubungan bagi setiap jaringan ialah sebutan berturutan dalam jangjang aritmetik.

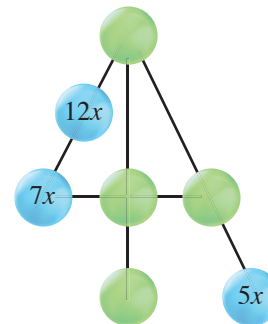
(a)



(b)



(c)



4. Azrul dan Jonathan ditugaskan untuk meletakkan bendera Malaysia di sepanjang laluan pejalan kaki di sekolahnya bermula dari kantin sekolah ke bilik guru. Jarak bendera pertama dari bendera kedua ialah 5 m. Bendera yang ketiga terletak 10 m dari bendera pertama dan pola susunan ini diteruskan sehingga bendera yang terakhir. Tentukan sama ada susunan bendera-bendera itu mengikut jangjang aritmetik atau tidak. Beri justifikasi bagi jawapan anda.



Menerbitkan rumus sebutan ke- n , T_n bagi jangjang aritmetik




INKUIRI 2

Berkumpulan

Tujuan: Menerbitkan rumus sebutan ke- n , T_n bagi jangjang aritmetik

Arahan:

- Pertimbangkan suatu jangjang aritmetik $2, 5, 8, 11, 14, \dots$. Gunakan corak jujukan ini untuk membantu anda melengkapkan jadual.
- Andaikan sebutan pertama suatu jangjang aritmetik ialah a dengan beza sepunya d .
- Lengkapkan jadual di bawah.

Sebutan	Nilai sebutan	Kaedah mendapatkan nilai sebutan	Rumus (kaedah deduksi)
T_1	a 	Tidak mempunyai d	$T_1 = a + 0d$
T_2	$a + d$ 	Tambah d pada sebutan T_1	$T_2 = a + 1d$
T_3	$a + d + d$ 	Tambah d pada sebutan T_2	$T_3 = a + 2d$
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
T_n			

4. Bersama-sama ahli kumpulan, jawab soalan berikut.

(a) Ungkapkan T_{20} , dalam sebutan a dan d .

(b) Nyatakan perkaitan antara sebutan T_n dengan beza sepunya.

(c) Tulis satu rumus umum bagi T_n .

Hasil daripada Inkuiri 2, didapati bahawa sebutan ke- n bagi suatu janjang aritmetik boleh ditulis sebagai:

$$T_n = a + (n - 1)d$$

Dengan a ialah sebutan pertama, d ialah beza sepunya dan n ialah bilangan sebutan.

Contoh 3

- (a) Cari sebutan ke-15 bagi janjang aritmetik $-4, 2, 8, \dots$
 (b) Cari sebutan ke-24 bagi janjang aritmetik $-6, 5, 16, \dots$

Penyelesaian

- (a) Sebutan pertama, $a = -4$
 Beza sepunya, $d = 2 - (-4) = 6$
 Sebutan ke-15, $T_{15} = -4 + (15 - 1)6$
 $= 80$
- (b) Sebutan pertama, $a = -6$
 Beza sepunya, $d = 5 - (-6) = 11$
 Sebutan ke-24, $T_{24} = -6 + (24 - 1)11$
 $= 247$

Contoh 4

Diberi suatu janjang aritmetik dengan sebutan pertama ialah -6 , beza sepunya ialah 11 dan sebutan ke- n ialah 126 , cari nilai n .

Penyelesaian

$$a = -6, d = 11, T_n = 126$$

$$T_n = a + (n - 1)d$$

$$126 = -6 + (n - 1)(11)$$

$$126 = 11n - 17$$

$$n = 13$$

Contoh 5

Dalam satu pameran buku, Siti ingin menyusun buku-buku di bahagian hadapan ruang pameran. Dia menyusun buku-buku itu secara meninggi dengan tebal buku pertama yang berada di bahagian paling bawah ialah 2 cm. Setiap buku yang seterusnya mempunyai ketebalan yang sama, iaitu 1.5 cm. Cari

- (a) jumlah ketebalan buku itu apabila Siti menyusun 16 buah buku.
 (b) bilangan buku yang telah disusun apabila tinggi susunan buku ialah 30.5 cm.



PANTAS KIRA

Berdasarkan Contoh 3, kita boleh menggunakan kalkulator saintifik untuk mendapatkan sebutan ke-15.

1. Tekan $\boxed{-4} \boxed{+} \boxed{(}$
 $\boxed{\text{ALPHA}} \boxed{)} \boxed{-} \boxed{1}$
 $\boxed{)} \boxed{(} \boxed{6} \boxed{)} \boxed{\text{CALC}}$

Skrin yang dipaparkan:

$$\boxed{-4 + (x - 1)(6)}$$

$$\boxed{x =}$$

2. Tekan $\boxed{15} \boxed{=}$

Skrin yang dipaparkan:

$$\boxed{-4 + (x - 1)(6)}$$

$$\boxed{80}$$

3. Tekan $\boxed{=}$ untuk memasukkan nilai sebutan yang lain



Penyelesaian

- (a) Jujukan jumlah ketebalan buku: 2, 3.5, 5, 6.5, ...

$$a = 2, d = 1.5$$

$$\begin{aligned} \text{Jumlah ketebalan buku pada kedudukan ke-16} &= 2 + (16 - 1)(1.5) \\ &= 24.5 \text{ cm} \end{aligned}$$

Maka, jumlah ketebalan susunan buku apabila Siti menyusun 16 buah buku ialah 24.5 cm.

- (b) $T_n = 30.5$

$$30.5 = 2 + (n - 1)(1.5)$$

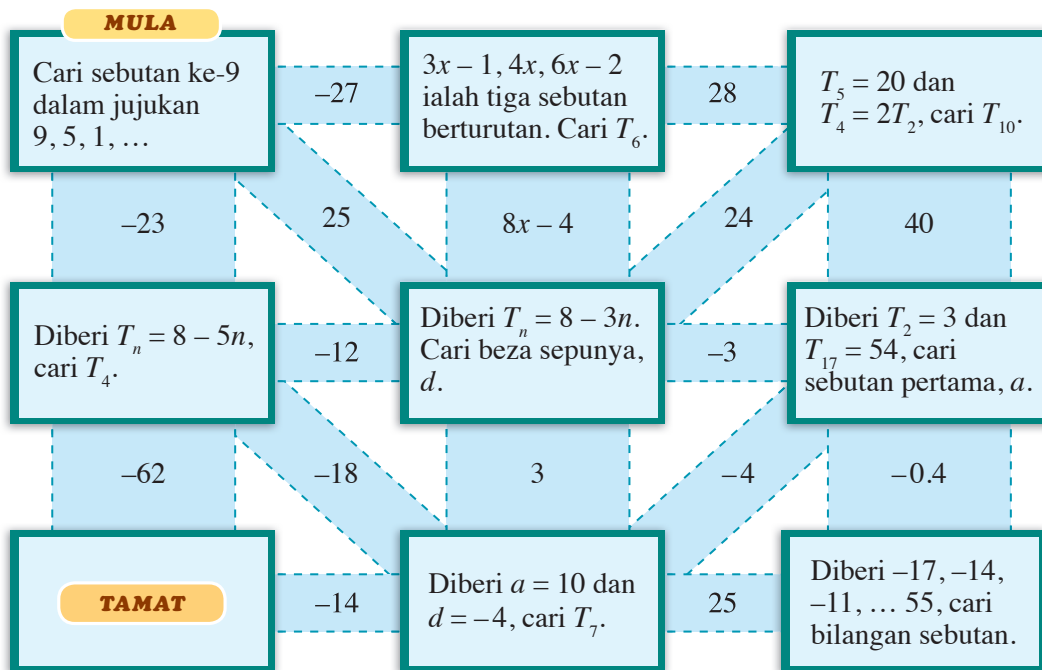
$$n - 1 = 19$$

$$n = 20$$

Maka, bilangan buku yang telah disusun ialah 20 buah.

Latih Diri 5.2

1. Cari jalan hingga ke petak TAMAT dengan memilih jawapan yang betul.



2. Encik Muiz mula bekerja di sebuah syarikat pada satu bulan tertentu. Gaji tahunan yang ditawarkan pada tahun pertama ialah RM36 000 dan kenaikan gaji untuk tahun seterusnya ialah RM1 000. Hitung
- bilangan tahun Encik Muiz perlu bekerja supaya dia memperoleh dua kali ganda gaji tahun pertama.
 - kenaikan gaji tahunannya jika gajinya pada tahun ke-6 ialah RM43 500.



Menerbitkan rumus hasil tambah n sebutan pertama, S_n bagi janjang aritmetik

INKUIRI 3

Berkumpulan

Tujuan: Menerbitkan rumus hasil tambah sebutan ke- n , S_n bagi janjang aritmetik

Arahan:

- Perhatikan jadual yang berikut.

Hasil tambah sebutan	Bilangan petak mengikut bilangan sebutan	Rumus menggunakan kaedah deduksi luas segi empat tepat
S_2	Rajah I  $T_1 = a$ $T_2 = a + (2 - 1)d$ $= a + d$	Rajah II  Luas segi empat $= (T_1 + T_2)2$ $= [a + a + (2 - 1)d]2$ $S_2 = \frac{2[2a + (2 - 1)d]}{2}$
S_3	Rajah III  $T_1 = a$ $T_2 = a + (2 - 1)d$ $T_3 = a + (3 - 1)d$	Rajah IV  Luas segi empat $= (T_1 + T_3)3$ $S_3 = \frac{(T_1 + T_3)3}{2}$ $= \frac{3[a + a + (3 - 1)d]}{2}$
S_4		
:	:	:
S_n		

- Rajah I menunjukkan dua petak masing-masing dengan lebar 1 unit disusun bersebelahan.
 - Tinggi petak biru ialah a unit yang mewakili sebutan pertama, T_1 .
 - Tinggi petak merah adalah d unit lebih panjang daripada petak biru yang mewakili sebutan kedua, $T_2 = a + d$ atau $T_2 = a + (2 - 1)d$.
- Dalam Rajah II, petak merah diletakkan di atas petak biru supaya jumlah tingginya menjadi $T_1 + T_2 = a + a + (2 - 1)d$ unit. Petak biru pula diletakkan di atas petak merah supaya tingginya juga menjadi $T_1 + T_2 = a + a + (2 - 1)d$ unit.
- Perhatikan bahawa kedua-dua petak biru dan merah menjadi sebuah segi empat tepat. Hasil tambah petak biru dan petak merah, S_2 adalah separuh daripada luas segi empat tepat yang terbentuk. Hasil tambah ini boleh ditulis sebagai $\frac{2[2a + (2 - 1)d]}{2}$.
- Ulang langkah 1 hingga 3 untuk mendapatkan S_4 dan seterusnya cari S_n .
- Deduksikan rumus hasil tambah bagi n sebutan pertama, S_n .

Daripada Inkuiri 3, didapati bahawa rumus hasil tambah sebutan ke- n bagi janjang aritmetik boleh diperoleh dengan menggunakan kaedah luas segi empat yang dibina daripada sebutan-sebutan janjang aritmetik itu.

Maka, rumus hasil tambah n sebutan pertama, S_n boleh ditulis sebagai:

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n - 1)d]$$

Dengan a ialah sebutan pertama, n ialah bilangan sebutan dan d ialah beza sepunya.

Oleh sebab $T_n = a + (n - 1)d$ juga adalah sebutan terakhir, l , maka hasil tambah sebutan ke- n , S_n boleh ditulis seperti berikut:

$$S_n = \frac{n}{2} [a + T_n] \quad \text{atau} \quad S_n = \frac{n}{2} [a + l]$$

Sebutan ke- n bagi suatu jangjang aritmetik boleh diperoleh menggunakan rumus hasil tambah n sebutan pertama, S_n . Misalnya, untuk mencari nilai sebutan ke-10 dalam suatu jangjang aritmetik, hasil tambah sepuluh sebutan pertama perlu ditolak dengan hasil tambah sembilan sebutan pertama, iaitu $T_{10} = S_{10} - S_9$. Secara amnya:

$$T_n = S_n - S_{n-1}$$

Contoh 6

Diberi suatu jangjang aritmetik 4, 7, 10, ..., cari

- (a) hasil tambah 35 sebutan pertama, (b) hasil tambah n sebutan pertama.

Penyelesaian

- (a) Sebutan pertama, $a = 4$

Beza sepunya, $d = 7 - 4 = 3$

$$S_{35} = T_1 + T_2 + T_3 + \dots + T_{35}$$

$$S_{35} = \frac{35}{2} [2(4) + (35 - 1)(3)]$$

$$= 1\,925$$

$$(b) S_n = \frac{n}{2} [2(4) + (n - 1)(3)]$$

$$= \frac{n}{2} [5 + 3n]$$

Contoh 7

Hasil tambah sepuluh sebutan pertama bagi suatu jangjang aritmetik ialah 230 dan hasil tambah sepuluh sebutan yang berikutnya ialah 630. Cari sebutan pertama, a dan beza sepunya, d bagi jangjang aritmetik ini.

Penyelesaian

$$S_{10} = \frac{10}{2} [2a + (10 - 1)d]$$

$$230 = 5(2a + 9d)$$

$$46 = 2a + 9d \quad \dots \textcircled{1}$$

$$S_{20} = \frac{20}{2} [2a + (20 - 1)d]$$

$$230 + 630 = 10(2a + 19d)$$

$$860 = 10(2a + 19d)$$

$$86 = 2a + 19d \quad \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{2} - \textcircled{1}: 40 = 10d$$

$$d = 4$$

Cabar Minda

Dalam Contoh 7, mengapakah $S_{20} = 230 + 630$? Jelaskan jawapan anda.

SUMBANG SARAN

Bincang bersama dengan rakan dan buktikan bahawa:

(a) $S_8 - S_5 = T_6 + T_7 + T_8$.

(b) $S_n - S_{n-1} = T_n$.

Gantikan $d = 4$ ke dalam ①,

$$46 = 2a + 9(4)$$

$$2a = 10$$

$$a = 5$$

Maka, sebutan pertama, a ialah 5 dan beza sepunya, d ialah 4.

Contoh 8

Sekumpulan lebah mula membuat satu sarang lebah yang baharu. 2 lubang heksagon dibuat pada hari pertama, 5 lubang heksagon pada hari kedua, 8 lubang heksagon pada hari ketiga dan seterusnya sehingga sarang lebah itu siap sepenuhnya.

Hitung

- jumlah lubang heksagon pada hari ke-12,
- bilangan minimum hari jika lebih daripada 1 000 lubang heksagon telah dibuat.

Penyelesaian

- Jujukan bilangan lubang heksagon: 2, 5, 8, ...

Jujukan ini ialah suatu janjang aritmetik.

Sebutan pertama, $a = 2$

Beza sepunya, $d = 5 - 2 = 3$

Jumlah lubang heksagon pada hari ke-12,

$$\begin{aligned} S_{12} &= \frac{12}{2} [2(2) + (12 - 1)(3)] \\ &= 222 \end{aligned}$$

- Jumlah hari, $S_n = T_1 + T_2 + T_3 + \dots + T_n$
 $S_n > 1\,000$

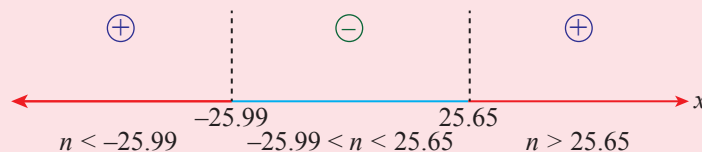
$$\frac{n}{2} [2a + (n - 1)d] > 1\,000$$

$$\frac{n}{2} [2(2) + (n - 1)(3)] > 1\,000$$

$$n[1 + 3n] > 2\,000$$

$$3n^2 + n > 2\,000$$

$$3n^2 + n - 2\,000 > 0$$



$$n > \frac{153.92}{6} \quad \text{atau} \quad n < -\frac{155.92}{6}$$

$$n > 25.65 \quad < -25.99 \text{ (Abaikan)}$$

Maka, bilangan minimum hari untuk membuat lebih daripada 1 000 lubang heksagon ialah 26 hari.

TIP PINTAR

Janjang aritmetik ditulis dalam bentuk T_1, T_2, T_3, \dots manakala siri aritmetik ditulis dalam bentuk $T_1 + T_2 + T_3 + \dots$

POKET MATEMATIK

Sarang lebah terdiri daripada gabungan bentuk heksagon supaya tiada ruang yang akan terbentuk antara bentuk heksagon. Oleh itu, lebah tidak perlu menggunakan lilin (*wax*) yang banyak untuk membina sarangnya. Luas permukaan bentuk heksagon adalah paling besar jika dibandingkan dengan bentuk-bentuk yang lain.

Imbas kod QR ini untuk mengetahui sebab sarang lebah berbentuk heksagon dengan lebih lanjut.



bit.ly/304Y3Xx

IMBAS KEMBALI

Jika $3n^2 + n - 2\,000 = 0$, maka

$$n = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4(3)(-2\,000)}}{2(3)}$$

dan $n = 25.65$ atau

$$n = -25.99$$

Gabar Minda

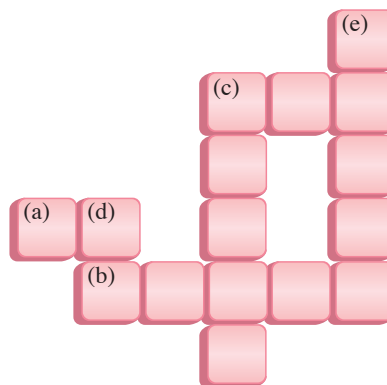
Dalam Contoh 8, mengapakah nilai -25.99 diabaikan?

Latih Diri 5.3

- Cari hasil tambah bagi jangjang aritmetik yang berikut.
 - $-20, -15, -10, \dots, 100$
 - $\frac{3}{5}, \frac{6}{5}, \frac{9}{5}, \dots$ kepada 23 sebutan yang pertama.
- Lengkapkan teka silang kata berikut.

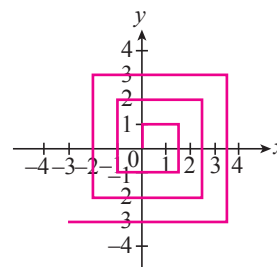
Melintang:

- Cari hasil tambah siri aritmetik $38 + 34 + 30 + \dots$ sehingga 18 sebutan pertama.
- Cari hasil tambah bagi 100 sebutan pertama suatu jangjang aritmetik dengan sebutan pertama -10 dan beza sepunya 6.
- Cari sebutan pertama jangjang aritmetik dengan hasil tambah 42 sebutan pertama ialah 5 838 dan sebutan terakhir ialah -22 .

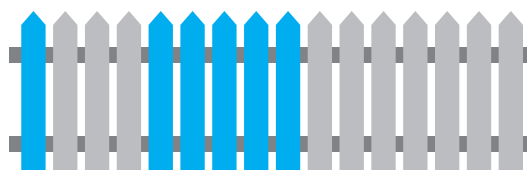


Menegak:

- Hitung S_{140} suatu jangjang aritmetik yang mempunyai 140 sebutan dengan sebutan pertama dan terakhir masing-masing ialah 2 dan 449.
 - Hitung nilai n suatu jangjang aritmetik dengan sebutan pertama -15 , beza sepunya -3 dan hasil tambah n sebutan pertama $-1\ 023$.
 - Hitung hasil tambah 200 sebutan selepas 50 sebutan pertama suatu jangjang aritmetik dengan hasil tambah n sebutan pertama ialah $S_n = \frac{n}{2} [n + 1]$.
- Rajah di sebelah menunjukkan corak yang dilukis pada satah Cartes. Garis terakhir pada satah itu adalah selari dengan paksi-y dan melalui $x = -10$. Cari hasil tambah bagi panjang keseluruhan corak itu.



- Rajah di sebelah menunjukkan pagar yang diperbuat daripada kepingan kayu. Pagar itu dicat dengan warna biru dan kelabu secara berselang-seli seperti ditunjukkan dalam rajah. Bilangan kepingan kayu yang berwarna sama bertambah dengan kadar yang ditunjukkan seperti dalam rajah. Jika terdapat hanya 200 kepingan kayu,



- cari bilangan kepingan kayu berwarna sama dan lengkap yang dapat dibentuk. Seterusnya, cari bilangan kepingan kayu yang tinggal, jika ada.
- nyatakan warna kayu terakhir dan seterusnya, hitung bilangan kepingan kayu bagi warna itu yang digunakan.



Menyelesaikan masalah melibatkan janjang aritmetik

Contoh 9

APLIKASI MATEMATIK

Encik Suhaimi, seorang penternak ayam mempunyai 1 500 ekor ayam. Dia bercadang untuk menjual 200 ekor ayam setiap hari. Dia memberi makanan kepada semua ayam itu dengan perbelanjaan makanan bagi seekor ayam ialah RM0.50 sehari. Hitung jumlah kos perbelanjaan makanan ayam yang diperuntukkan oleh Encik Suhaimi bermula daripada 1 500 ekor ayam yang ada hingga 300 ekor ayam yang tinggal.



Penyelesaian

1. Memahami masalah

- ◆ Cari jumlah kos perbelanjaan makanan ayam hingga terdapat 300 ekor ayam yang tinggal.

2. Merancang strategi

- ◆ Bentukkan jujukan janjang aritmetik dengan sebutan pertama, a dan beza sepunya, d hingga sebutan terakhir, 300.
- ◆ Tentukan bilangan hari Encik Suhaimi menjual ayam hingga terdapat 300 ekor ayam yang tinggal menggunakan rumus $T_n = a + (n - 1)d$.
- ◆ Tentukan jumlah kos perbelanjaan makanan ayam hingga terdapat 300 ekor ayam yang tinggal menggunakan rumus

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n - 1)d].$$

4. Membuat refleksi

$$\begin{aligned} n = 7, T_7 &= 1\,500 + (7 - 1)(-200) \\ &= 300 \end{aligned}$$

3. Melaksanakan strategi

Janjang aritmetik:
1 500, 1 300, 1 100, ..., 300

Sebutan pertama = 1 500

Beza sepunya = -200

$$T_n = a + (n - 1)d$$

$$300 = 1\,500 + (n - 1)(-200)$$

$$300 = 1\,700 - 200n$$

$$200n = 1\,400$$

$$n = 7$$

Pada hari ke-7, bilangan ayam yang tinggal ialah 300 ekor.

$$\begin{aligned} S_7 &= \frac{7}{2} [2(1\,500) + (7 - 1)(-200)] \\ &= 6\,300 \end{aligned}$$

Jumlah kos perbelanjaan makanan
= 6 300 × RM0.50
= RM3 150

Latih Diri 5.4

1. Encik Tong memesan 1 000 buah buku teks Matematik Tingkatan 4 untuk dijual di kedai buku miliknya. Dia menjangkakan sebanyak 10 buah buku akan terjual pada hari pertama, 14 buah buku pada hari kedua, 18 buah buku pada hari ketiga dan hari-hari seterusnya dengan kadar yang sama.
 - (a) Hitung bilangan hari yang diperlukan untuk Encik Tong menjual kesemua buku itu.
 - (b) Hitung kadar peningkatan buku yang perlu dijual setiap hari supaya kesemua buku habis dijual dalam masa 10 hari.
2. Seutas dawai yang panjangnya 240 cm dipotong kepada 15 bahagian dengan panjang setiap bahagian mengikut jangjang aritmetik. Bahagian terpanjang bagi dawai itu ialah 30 cm.
 - (a) Hitung panjang dawai dengan bahagian terpendek.
 - (b) Cari beza panjang antara dua bahagian dawai yang berturutan.

Latihan Intensif 5.1

Imbas kod QR atau layari bit.ly/2CUaOdW untuk kuiz



1. Tentukan sama ada jujukan yang berikut adalah jangjang aritmetik atau bukan dan beri justifikasi jawapan anda.
 - (a) $-32, -17, -2, 13$
 - (b) $8.2, 5.7, 3.2, 1.7, -0.8$
2. Bagi setiap jangjang aritmetik yang berikut, cari sebutan ke- n seperti yang dinyatakan dalam kurungan.
 - (a) $-12, -9, -6, \dots$ [sebutan ke-9]
 - (b) $\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}, -1, \dots$ [sebutan ke-15]
3. Tentukan bilangan sebutan bagi setiap jangjang aritmetik yang berikut.
 - (a) $-0.12, 0.07, 0.26, \dots, 1.97$
 - (b) $x, 3x + y, 5x + 2y, \dots, 27x + 13y$
4. Cari hasil tambah bagi jangjang aritmetik $-23, -17, -11, \dots$ yang mengandungi
 - (a) 17 sebutan,
 - (b) $2n$ sebutan, dalam sebutan n ,
 - (c) sebutan terakhir 121.
5. Diberi $S_n = 2n^2 - 5n$, cari
 - (a) sebutan pertama,
 - (b) sebutan ke-9,
 - (c) hasil tambah dari sebutan ke-4 hingga sebutan ke-8.
6. Sebutan kedua suatu jangjang aritmetik ialah $\frac{1}{2}$ dan hasil tambah 14 sebutan yang pertama ialah -70 . Cari
 - (a) beza sepunya,
 - (b) sebutan terakhir.
7. Yui Ming mendapat tawaran pekerjaan di dua buah syarikat dengan tawaran gaji seperti berikut.

Syarikat A: Gaji bulanan RM3 500 dan kenaikan gaji sebanyak RM20 setiap bulan.
Syarikat B: Gaji tahunan RM46 000 dan kenaikan gaji sebanyak RM1 000 setiap tahun.

Yui Ming bercadang ingin bekerja selama 3 tahun. Syarikat yang manakah lebih sesuai untuk Yui Ming supaya dia mendapat jumlah gaji maksimum dalam masa 3 tahun itu? Tunjukkan jalan pengiraan anda dan hitung beza antara lebihan jumlah gaji antara kedua-dua syarikat itu.

5.2 Janjang Geometri



Mengenal pasti janjang geometri

Terdapat satu legenda yang terkenal tentang penciptaan catur yang berkaitan dengan siri. Menurut legenda, seorang raja dari India ingin menemui pencipta permainan catur untuk diberi penghargaan kerana telah mencipta satu permainan yang bijak dan menarik. Pencipta catur itu hanya meminta untuk diberikan kepadanya gandum mengikut kiraan seperti berikut:

1 butir gandum pada petak pertama, 2 butir gandum pada petak kedua, 4 butir gandum pada petak ketiga dan seterusnya sehingga petak terakhir.



Apabila seluruh papan catur itu dipenuhi, jumlah gandum yang perlu diberikan kepada pencipta catur itu adalah sebanyak 1.84×10^{19} butir gandum, iaitu kira-kira 1.2 tan metrik. Kiraan bilangan gandum yang diperolehi boleh dihitung menggunakan konsep janjang geometri.

INKUIRI 4

Berkumpulan PAK-21

Tujuan: Mengenal janjang geometri

Arahan:

1. Teliti situasi berikut.

Terdapat pelbagai bakteria yang wujud di sekeliling kita. Bacteria boleh terdapat pada makanan yang kotor, usus manusia dan haiwan. Bacteria boleh membiak dengan cepat dan mengakibatkan penyakit seperti cirit-birit. Kadar pembiakan sejenis bakteria adalah secara belahan dedua, iaitu bagi setiap tempoh 20 minit, satu bakteria akan menjadi dua, dua bakteria akan menjadi empat dan seterusnya membiak dalam kadar yang sama. Jika usus seseorang mempunyai dua juta bakteria tersebut, seseorang itu akan dijangkiti dengan penyakit cirit-birit.

2. Andaikan dalam sejenis makanan terdapat satu bakteria sahaja. Jika anda makan makanan itu, jangkakan tempoh masa untuk anda dijangkiti dengan penyakit cirit-birit, iaitu dengan keadaan terdapat dua juta bakteria di dalam usus anda.
3. Jadual di bawah menunjukkan bilangan bakteria yang membiak. Satu petak mewakili pembiakan bakteria dalam tempoh 20 minit. Lengkapkan jadual berikut sehingga bilangan bakteria mencapai syarat anda dijangkiti cirit-birit.

1	2	$4 = 2^2$	$8 = 2^3$				

4. Berapakah tempoh masa untuk anda dijangkiti cirit-birit?
5. Tentukan cara untuk memperoleh bilangan bakteria pada setiap 20 minit daripada 20 minit sebelumnya. Adakah nilai yang anda peroleh suatu pemalar?
6. Gunakan perisian *GeoGebra* dan lukiskan graf untuk mewakili bilangan bakteria bertambah dengan masa.
7. Bincang dengan rakan sekumpulan tentang hasil yang diperoleh dan catat hasil dapatan pada sehelai kertas.
8. Setiap kumpulan bergerak ke kumpulan yang lain untuk membandingkan hasil dapatan yang diperoleh.

Hasil daripada Inkuiri 4, didapati bahawa nisbah antara sebarang dua sebutan berturutan adalah satu nombor tetap. Maka jujukan ini dikenali sebagai **janjang geometri**.

Janjang geometri ialah suatu jujukan nombor dengan setiap sebutan diperoleh dengan mendarabkan suatu pemalar dengan sebutan sebelumnya.

Katakan $T_1, T_2, T_3, \dots, T_n$ ialah n sebutan pertama bagi suatu janjang geometri. Nisbah bagi dua sebutan berturutan dikenali sebagai nisbah sepunya, r .

$$r = \frac{T_2}{T_1} = \frac{T_3}{T_2} = \dots = \frac{T_n}{T_{n-1}}$$

$$r \neq \frac{T_1}{T_2} \neq \frac{T_2}{T_3} \neq \dots \neq \frac{T_{n-1}}{T_n}$$

Contoh 10

Tentukan sama ada jujukan berikut ialah suatu janjang geometri atau bukan. Beri justifikasi anda.

- (a) 5, 15, 45, 135, ...
- (b) 0.1, 0.2, 0.3, ...

Penyelesaian

$$(a) r_1 = \frac{15}{5} = 3, r_2 = \frac{45}{15} = 3, r_3 = \frac{135}{45} = 3$$

Jujukan ini ialah janjang geometri kerana nisbah sepunya, r adalah sama.

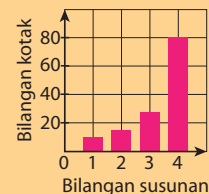
$$(b) r = \frac{0.2}{0.1} = 2, r = \frac{0.3}{0.2} = \frac{3}{2}$$

Jujukan ini bukan janjang geometri kerana nisbah sepunya, r tidak sama.

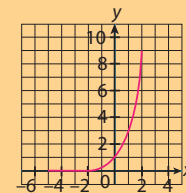


Graf bagi jujukan geometri hampir serupa dengan graf fungsi eksponen. Graf jujukan geometri adalah diskret manakala graf fungsi eksponen adalah selanjur.

Graf jujukan geometri



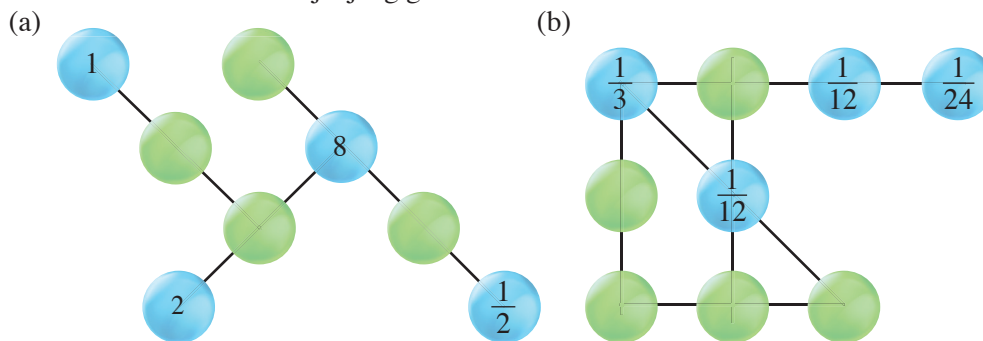
Graf eksponen



Latih Diri 5.5

- Tentukan sama ada jujukan yang berikut ialah janjang geometri atau bukan. Beri justifikasi bagi jawapan anda.
 - $120, 40, \frac{40}{3}, \dots$
 - $0.03, 0.003, 0.0003, \dots$
 - $x + 1, 2x, 5x + 12, 12x, \dots$

- Lengkapkan jaringan nombor yang berikut, diberi hubungan bagi setiap jaringan ialah sebutan berturutan dalam janjang geometri.



- Diberi $x - 2, x + 1, 4x + 4$ ialah tiga sebutan berturutan dalam suatu janjang geometri, nyatakan nilai x yang positif. Seterusnya, senaraikan tiga sebutan yang pertama itu dan nyatakan nisbah sepunya.



Menerbitkan rumus sebutan ke- n , T_n bagi janjang geometri

INKUIRI 5

Berkumpulan

Tujuan: Menerbitkan rumus sebutan ke- n , T_n bagi janjang geometri

Arahan:

- Pertimbangkan suatu janjang geometri $2, 6, 18, 54, \dots$ dengan sebutan pertama, a dan nisbah sepunya, r .
- Bersama-sama ahli kumpulan, bincang dan lengkapkan jadual di bawah.

Sebutan	Nilai sebutan	Kaedah mendapatkan nilai sebutan	Rumus
T_1	2	$2(3)^{1-1} = 2(3)^0$	a
T_2	6	$2(3)^{2-1} = 2(3)^1$	$ar = ar^{2-1}$
T_3	18		
T_4	54		
T_5			
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
T_n			

- Dapatkan satu rumus bagi sebutan ke- n janjang geometri.

Daripada Inkuiri 5, dapat diperhatikan bahawa nilai setiap sebutan dalam jangjang geometri ini boleh diperolehi dengan menggunakan rumus berikut:

$$T_n = ar^{n-1}$$

Dengan a ialah sebutan pertama, r ialah nisbah sepunya dan n ialah bilangan sebutan.

Contoh 11

- (a) Cari nisbah sepunya dan sebutan ke-5 bagi jangjang geometri 4, -20, 100, -500, ...
 (b) Cari nisbah sepunya dan sebutan ke-7 bagi jangjang geometri $2, \frac{2}{3}, \frac{2}{9}, \frac{2}{27}, \dots$

Penyelesaian

(a) Sebutan pertama, $a = 4$

Nisbah sepunya, $r = \frac{-20}{4} = -5$

$$\begin{aligned} T_5 &= 4(-5)^{5-1} \\ &= 2\,500 \end{aligned}$$

(b) Sebutan pertama, $a = 2$

Nisbah sepunya, $r = \frac{2}{3} \div 2 = \frac{1}{3}$

$$\begin{aligned} T_7 &= 2\left(\frac{1}{3}\right)^{7-1} \\ &= \frac{2}{729} \end{aligned}$$

Contoh 12

Cari bilangan sebutan dalam jangjang geometri $-\frac{25}{3}, \frac{5}{3}, -\frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{9\,375}$.

Penyelesaian

Sebutan pertama, $a = -\frac{25}{3}$, nisbah sepunya $r = \frac{5}{3} \div \left(-\frac{25}{3}\right) = -\frac{1}{5}$

$$\begin{aligned} T_n &= ar^{n-1} \\ \frac{1}{9\,375} &= \left(-\frac{25}{3}\right)\left(-\frac{1}{5}\right)^{n-1} \\ -\frac{1}{78\,125} &= \left(-\frac{1}{5}\right)^{n-1} \\ \left(-\frac{1}{5}\right)^7 &= \left(-\frac{1}{5}\right)^{n-1} \\ 7 &= n - 1 \\ n &= 8 \end{aligned}$$

Maka, bilangan sebutan ialah $n = 8$.

Contoh 13

Sebuah stadium terbuka mempunyai 20 buah kerusi pada baris pertama. Bilangan kerusi pada baris berikutnya adalah satu setengah kali bilangan kerusi pada baris sebelumnya.

- (a) Hitung bilangan maksimum kerusi yang terdapat pada baris ke-10.
 (b) Baris yang manakah mempunyai sekurang-kurangnya 505 buah kerusi?

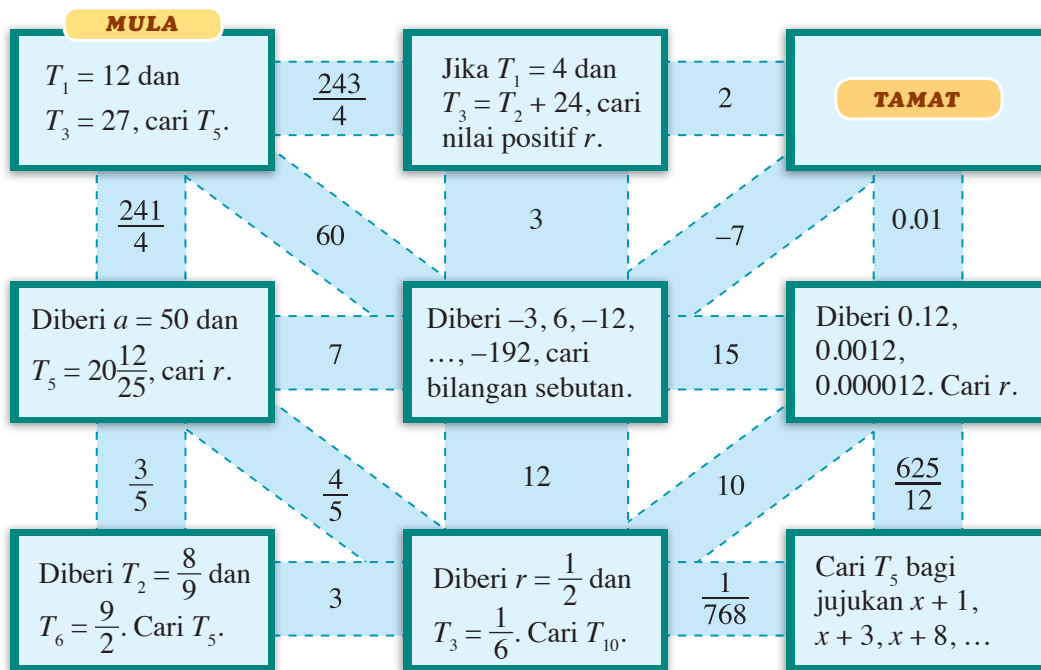
Penyelesaian

(a) Sebutan pertama, $a = 20$
 Nisbah sepunya, $r = 1.5$
 Jujukan dalam janjang geometri:
 20, 30, 45, ...
 $T_{10} = 20(1.5)^9$
 $= 768.9$
 Maka, bilangan maksimum kerusi yang terdapat pada baris ke-10 ialah 768.

(b) $20(1.5)^{n-1} \geq 505$
 $(1.5)^{n-1} \geq \frac{505}{20}$
 $(n-1) \log 1.5 \geq \log \frac{505}{20}$
 $n-1 \geq \frac{\log \frac{505}{20}}{\log 1.5}$
 $n \geq 7.96 + 1$
 $n \geq 8.96$
 Maka, baris ke-9 mempunyai sekurang-kurangnya 505 buah kerusi.

Latih Diri 5.8

1. Cari jalan hingga ke petak TAMAT dengan memilih jawapan yang betul.



2. Rajah di sebelah menunjukkan sebiji bola yang dilantunkan ke lantai. Ketinggian lantunan bola yang paling besar ialah 3 m dan ketinggian setiap lantunan ialah sebanyak 95% daripada lantunan sebelumnya. Pada lantunan ke berapakah kali pertama ketinggiannya kurang daripada 1 m?





Menerbitkan rumus hasil tambah n sebutan pertama, S_n bagi janjang geometri

Pertimbangkan suatu janjang geometri dengan sebutan-sebutan berikut:

$$a, ar, ar^2, ar^3, \dots, ar^{n-2}, ar^{n-1}$$

Katakan hasil tambah n sebutan pertama ialah S_n .

$$\text{Maka, } S_n = a + ar + ar^2 + ar^3 + \dots + ar^{n-2} + ar^{n-1} \quad \dots \text{ ①}$$

$$\text{①} \times r: rS_n = ar + ar^2 + ar^3 + ar^4 + \dots + ar^{n-1} + ar^n \quad \dots \text{ ②}$$

$$\text{A } \text{①} - \text{②}: \begin{aligned} S_n &= a + ar + ar^2 + ar^3 + \dots + ar^{n-2} + ar^{n-1} \\ - rS_n &= ar + ar^2 + ar^3 + ar^4 + \dots + ar^{n-1} + ar^n \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_n - rS_n &= a - ar^n \leftarrow \text{Semua sebutan di tengah-tengah} \\ S_n(1-r) &= a(1-r^n) \leftarrow \text{antara } a \text{ dan } ar^n \text{ dihapuskan} \end{aligned}$$

$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}, r \neq 1 \leftarrow \text{Biasanya digunakan apabila } |r| < 1$$

$$\text{B } \text{Jika } \text{②} - \text{①}: rS_n - S_n = ar^n - a$$

$$S_n(r-1) = a(r^n - 1)$$

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}, r \neq 1 \leftarrow \text{Biasanya digunakan apabila } |r| > 1$$

TIP PINTAR

- $|r| < 1$ boleh ditulis sebagai $-1 < r < 1$.
- $|r| > 1$ boleh ditulis sebagai $r < -1$ dan $r > 1$.

POKET MATEMATIK

1, 2, 4, ... ialah suatu janjang geometri manakala $1 + 2 + 4 + \dots$ ialah suatu siri geometri.

Dalam suatu janjang geometri, sebutan ke- n boleh juga dihitung dengan menolak hasil tambah sebutan ke- n dengan hasil tambah sebutan ke- $(n-1)$. Misalnya, diberi janjang geometri 1, -3, 9, -27, ... Sebutan ke-5 boleh dihitung dengan menolak hasil tambah lima sebutan pertama dengan hasil tambah empat sebutan pertama, iaitu $T_5 = S_5 - S_4$. Maka, rumus untuk mencari T_n dengan menggunakan hasil tambah sebutan boleh ditulis sebagai:

$$T_n = S_n - S_{n-1}$$

Contoh 14

Diberi suatu siri geometri $1 + 5 + 25 + 125 + 625 + \dots$

- Cari hasil tambah 10 sebutan pertama.
- Cari nilai n dengan keadaan $S_n = 3\,906$.

Penyelesaian

- Sebutan pertama, $a = 1$

Nisbah sepunya, $r = 5$

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} \leftarrow \text{Guna rumus ini kerana } |r| > 1$$

$$\begin{aligned} S_{10} &= \frac{1(5^{10} - 1)}{5 - 1} \\ &= 2\,441\,406 \end{aligned}$$

- $S_n = 3\,906$

$$\frac{1(5^n - 1)}{5 - 1} = 3\,906$$

$$5^n - 1 = 15\,624$$

$$5^n = 15\,625$$

$$n \log 5 = \log 15\,625$$

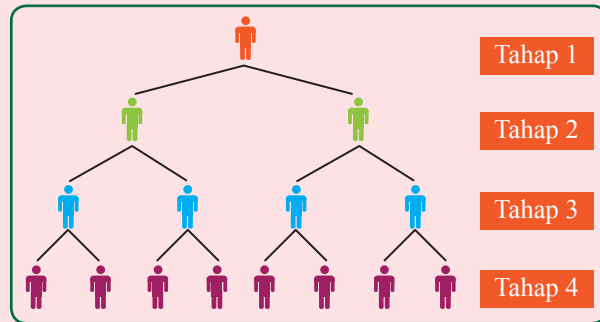
$$n = \frac{\log 15\,625}{\log 5}$$

$$= 6$$

Contoh 15

Sebuah syarikat produk kesihatan telah merancang satu strategi pemasaran. Setiap ahli perlu mempromosikan produk keluaran syarikat dengan mendapatkan dua orang ahli di bawahnya.

- Tunjukkan bahawa bilangan ahli bagi setiap tahap adalah suatu janjang geometri.
- Jika terdapat 9 tahap dalam suatu strategi pemasaran, cari jumlah ahli yang terlibat dalam mempromosikan produk itu.

**Penyelesaian**

- Bilangan ahli bagi setiap tahap boleh ditulis sebagai 1, 2, 4, 8, ...

$$r = \frac{2}{1} = \frac{4}{2} = 2$$

Oleh sebab $r = 2$, maka bilangan ahli bagi setiap tahap adalah suatu janjang geometri.

- Apabila $n = 9$, $S_9 = 1 + 2 + 4 + 8 + \dots + T_9$

$$\text{Gunakan } S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$$

$$\begin{aligned} S_9 &= \frac{1(2^9 - 1)}{2 - 1} \\ &= 511 \end{aligned}$$

Jumlah ahli yang terlibat dalam mempromosikan produk ialah 511 orang.



Dengan menggunakan

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} \text{ dan}$$

$$S_{n-1} = \frac{a(r^{n-1} - 1)}{r - 1}, \text{ buktikan}$$

$$T_n = ar^{n-1}.$$

Latih Diri 5.7

- Cari hasil tambah bagi setiap yang berikut.
 - 0.02, 0.04, 0.08, ..., T_{12}
 - $p, p^3, p^5, \dots, p^{21}$, dalam sebutan p
 - $\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{9}{2}, \dots$ ke 15 sebutan yang pertama
- Cari bilangan sebutan jika hasil tambah janjang geometri 3 500, 700, 140, ... ialah 4 368.
- Sekeping kertas berbentuk segi empat sama dipotong kepada 4 bahagian segi empat sama yang sama besar. Setiap bahagian itu dipotong lagi kepada 4 bahagian kecil segi empat sama yang sama besar. Proses ini diulang bagi setiap bahagian kecil segi empat sama itu.
 - Tunjukkan bahawa bilangan segi empat sama yang dipotong membentuk suatu janjang geometri.
 - Cari jumlah segi empat sama yang diperolehi jika proses itu diulang sebanyak 6 kali.



Menentukan hasil tambah ketakterhinggaan bagi janjang geometri

INKUIRI 6

Berkumpulan

PAK-21

Tujuan: Menentukan hasil tambah ketakterhinggaan bagi janjang geometri

Arahan:

1. Pertimbangkan janjang geometri 64, 32, 16, ...
2. Lengkapkan jadual di sebelah bagi nilai r^n dan S_n .
3. Bincang bersama-sama ahli kumpulan tentang pemerhatian anda pada kedua-dua nilai ini apabila n semakin bertambah.
4. Buat satu kesimpulan bagi $S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$ apabila n bertambah hingga ketakterhinggaan. Seterusnya, ungkapkan S_∞ dalam sebutan a dan r .
5. Seorang daripada ahli kumpulan akan membentangkan hasil dapatan di hadapan kelas dan ahli daripada kumpulan lain akan bertanyakan soalan.
6. Kumpulan lain mengambil giliran untuk membuat pembentangan hasil dapatan.

n	r^n	S_n
1		
2		
3		
4		
5		
10		
20		
100		
200		

Hasil daripada Inkuiri 6, apabila nilai n semakin bertambah dan menghampiri ketakterhinggaan ($n \rightarrow \infty$), nilai r^n akan berkurang dan menghampiri sifar ($r^n \rightarrow 0$) manakala nilai S_n akan menghampiri $\frac{a}{1-r}$ ($S_n \rightarrow \frac{a}{1-r}$). Maka, hasil tambah ketakterhinggaan bagi suatu janjang geometri ialah:

$$S_\infty = \frac{a}{1-r}, \text{ dengan } |r| < 1$$

Contoh 16

Cari hasil tambah ketakterhinggaan bagi janjang geometri 45, 9, 1.8, ...

Penyelesaian

$$a = 45, r = \frac{9}{45} = \frac{1}{5}$$

$$\begin{aligned} S_\infty &= \frac{45}{1 - \frac{1}{5}} \\ &= 56\frac{1}{4} \end{aligned}$$



Pembuktian Teorem Pythagoras menggunakan hasil tambah ketakterhinggaan bagi janjang geometri.



bit.ly/2vvOSRH

Contoh 17

Hasil tambah ketakterhinggaan bagi suatu janjang geometri ialah $31\frac{1}{2}$ dan hasil tambah dua sebutan yang pertama ialah 28. Cari nisbah sepunya.

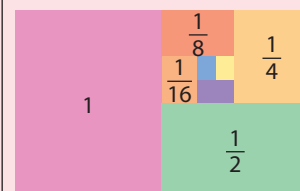
Penyelesaian

$$\begin{aligned}
 S_{\infty} &= 31\frac{1}{2} \\
 \frac{a}{1-r} &= \frac{63}{2} \\
 a &= \frac{63}{2}(1-r) \quad \dots \textcircled{1} \\
 a + ar &= 28 \\
 a(1+r) &= 28 \quad \dots \textcircled{2} \\
 \textcircled{2} \div \textcircled{1}, \quad \frac{a(1+r)}{a} &= \frac{28}{\frac{63}{2}(1-r)} \\
 (1+r)(1-r) &= \frac{8}{9} \\
 1-r^2 &= \frac{8}{9} \\
 r^2 &= \frac{1}{9} \\
 r &= \frac{1}{3} \quad \text{atau} \quad r = -\frac{1}{3}
 \end{aligned}$$

Cabar Minda

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots = 2$$

Lihat rajah di bawah dan buat kesimpulan anda.



Gunakan rajah yang serupa dan buktikan

$$2 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots = 4.$$

Contoh 18

Ungkapkan perpuluhan berulang 0.56363... dalam bentuk hasil tambah ketakterhinggaan bagi suatu janjang geometri. Seterusnya, ungkapkan nombor itu dalam pecahan termudah.

Penyelesaian

$$\begin{aligned}
 0.56363\dots &= 0.5 + 0.063 + 0.00063 + 0.0000063 + \dots \\
 &= 0.5 + (0.063 + 0.00063 + 0.0000063 + \dots) \\
 &= 0.5 + S_{\infty} \\
 &= \frac{1}{2} + \frac{0.063}{1-0.01} \\
 &= \frac{1}{2} + \frac{7}{110} \\
 &= \frac{31}{55}
 \end{aligned}$$

POKET MATEMATIK

Perpuluhan berulang seperti 0.56363... boleh ditulis sebagai $0.5\overline{63}$.

TIP PINTAR

$0.063 + 0.00063 + 0.0000063 + \dots$ merupakan siri geometri dengan $a = 0.063$ dan $r = 0.01$.

Latih Diri 5.8

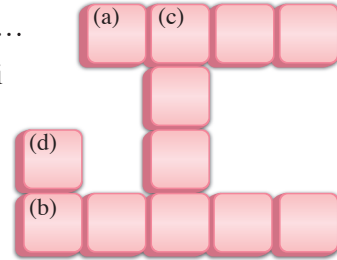
1. Lengkapkan teka silang kata berikut.

Melintang:

- (a) Cari hasil tambah ketakterhinggaan bagi $1\ 500, 500, 166\frac{2}{3}, \dots$
- (b) Wilson membuat pinjaman sebanyak RM15 000 untuk membeli sebuah motosikal. Setiap tahun, dia berjaya mengurangkan jumlah pinjamannya sebanyak 50%. Cari jumlah pembayaran maksimum Wilson untuk pinjaman itu.

Menegak:

- (c) Diberi hasil tambah ketakterhinggaan ialah 4 480 dan nisbah sepunya ialah $\frac{1}{2}$, cari sebutan pertama janjang geometri ini.
- (d) $4.818181\dots$ boleh ditulis dalam bentuk $\frac{h}{11}$, cari nilai h .



Menyelesaikan masalah melibatkan janjang geometri

Contoh 19

Sebuah syarikat telekomunikasi berjaya menjual sebanyak 0.5 juta buah telefon pintar pada tahun 2015. Setiap tahun, jualan telefon pintar syarikat tersebut meningkat sebanyak 4%.

- (a) Cari jumlah telefon pintar yang dijual dari tahun 2015 hingga tahun 2020.
- (b) Jika 33% daripada telefon pintar yang dijual dari tahun 2017 hingga tahun 2020 bersaiz 5 inci dan 14% bersaiz 6 inci, hitung jumlah telefon pintar yang bersaiz 5 inci dan 6 inci.

Penyelesaian

- (a) Janjang geometri (dalam juta): $0.5, 0.5(1.04), 0.5(1.04)^2, \dots$

$$a = 0.5 \text{ juta}, r = 1.04$$

$$S_6 = \frac{0.5(1.04^6 - 1)}{1.04 - 1} \\ = 3.316 \text{ juta}$$

- (b) Jumlah telefon pintar dari tahun 2017 hingga tahun 2020:

$$S_6 - S_2 = \frac{0.5(1.04^6 - 1)}{1.04 - 1} - \frac{0.5(1.04^2 - 1)}{1.04 - 1} \\ = 3.316 \text{ juta} - 1.02 \text{ juta} \\ = 2.296 \text{ juta}$$

Bilangan telefon pintar bersaiz 5 inci:

$$\frac{33}{100} \times 2.296 \text{ juta} = 0.758 \text{ juta}$$

Bilangan telefon pintar bersaiz 6 inci:

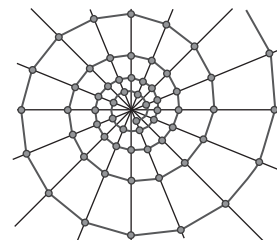
$$\frac{14}{100} \times 2.296 \text{ juta} = 0.321 \text{ juta}$$

$$\text{Jumlah telefon pintar} = 0.758 \text{ juta} + 0.321 \text{ juta} \\ = 1.079 \text{ juta}$$

Maka, jumlah telefon pintar bersaiz 5 inci dan 6 inci yang dijual ialah 1.079 juta.

Latih Diri 5.9

- Seutas dawai dipotong kepada beberapa bahagian dengan $10x$ cm, $(4x + 20)$ cm dan $(3x - 10)$ cm ialah tiga bahagian yang berturutan bagi suatu janjang geometri.
 - Cari bahagian terpanjang jika $10x$ ialah sebutan kedua terpanjang.
 - Jika dawai itu dipotong kepada bilangan bahagian yang tak terhingga, cari panjang maksimum dawai, dalam m.
- Rajah di sebelah menunjukkan corak berbentuk sarang labah-labah. Lilitan bagi setiap semibulatan adalah mengikut janjang geometri dengan jejari semibulatan terkecil ialah j cm dan setiap jejari berikutnya bertambah sebanyak 40%.
 - Bentukkan tiga sebutan pertama bagi lilitan semibulatan itu dalam sebutan j .
 - Cari jumlah panjang lilitan, dalam m, bagi corak sarang labah-labah itu yang mempunyai 15 semibulatan dan jejari 2 cm.



Latihan Intensif 5.2

Imbas kod QR atau layari bit.ly/2RBo9zl untuk kuiz

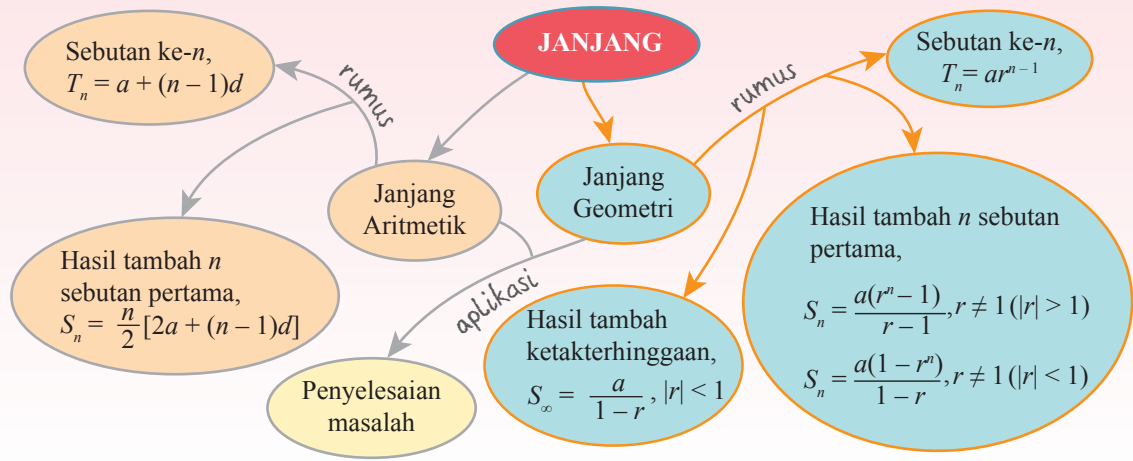


- Hitung bilangan sebutan dan hasil tambah bagi setiap janjang geometri yang berikut.

(a) $-1, 3, -9, \dots, 2187$	(b) $\log x^{-1}, \log x^{-2}, \log x^{-4}, \dots, \log x^{-64}$
(c) $0.54, 0.0054, 0.000054, \dots, 5.4 \times 10^{-17}$	(d) $3, \frac{3}{2}, \frac{3}{4}, \dots, \frac{3}{64}$
- Diberi janjang geometri $4.5, -9, 18, \dots$. Cari bilangan sebutan bagi janjang geometri ini supaya hasil tambahnya ialah 769.5.
- Tiga sebutan berturutan bagi suatu janjang geometri ialah $x, 2x + 3$ dan $10x - 3$. Cari
 - semua nilai yang mungkin bagi x ,
 - sebutan keenam jika $x < 0$.
- Rajah menunjukkan beberapa segi tiga. Didapati luas segi tiga itu mengikut janjang geometri dengan luas segi tiga ketiga ialah 36 cm^2 dan hasil tambah luas segi tiga ketiga dan keempat ialah 54 cm^2 . Cari
 - nisbah sepunya dan luas segi tiga pertama,
 - hasil tambah luas segi tiga ketiga hingga segi tiga kesepuluh.
- Rajah menunjukkan beberapa bulatan sepusat. Lilitan bagi setiap bulatan sepusat berturutan itu mengikut janjang geometri. Diberi lilitan ke- n ialah $T_n = 3^{8-n}$ cm, cari
 - nisbah sepunya,
 - hasil tambah tiga lilitan berturutan selepas lilitan kedua terbesar.
- Terdapat tiga orang kanak-kanak dengan jisim mereka disusun secara menurun mengikut janjang geometri. Hasil tambah jisim ketiga-tiga mereka adalah tujuh kali jisim kanak-kanak yang paling ringan. Cari nisbah sepunya dan jisim kanak-kanak kedua terbesar jika jisim kanak-kanak yang paling besar ialah 14.5 kg.



RUMUSAN BAB 5



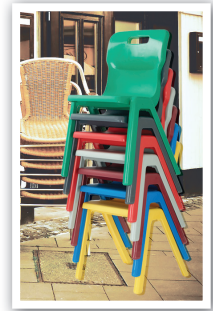
TULIS JURNAL ANDA

Bina satu info grafik berkaitan perbezaan antara janjang aritmetik dengan janjang geometri. Kemudian, fikirkan satu situasi dalam kehidupan harian anda yang mengaplikasikan kedua-dua janjang ini dan selesaikannya.

LATIHAN PENGUKUHAN

- $-2x - 1$, $3x + 2$ dan $9x + 3$ ialah tiga sebutan berturutan bagi janjang aritmetik. Cari **TP1**
 - beza sepunya,
 - sebutan pertama jika $3x + 2$ ialah sebutan ketiga.
- Sebutan ke-9 suatu janjang aritmetik ialah $21 + 3p$ dan hasil tambah tiga sebutan pertama ialah $9p$. Cari beza sepunya. **TP2**
- Rajah menunjukkan tiga buah silinder dengan keadaan isi padu setiap silinder disusun mengikut janjang aritmetik. Hasil tambah isi padu silinder pertama dan silinder ketiga ialah 24 cm^3 dan isi padu silinder kelima ialah 36 cm^3 . **TP3**
 - Cari isi padu silinder terkecil.
 - Hitung hasil tambah isi padu bagi 9 buah silinder yang pertama.
- Sebutan ke-3 bagi suatu janjang geometri ialah 30 dan hasil tambah sebutan ke-3 dan ke-4 ialah 45. Cari **TP2**
 - sebutan pertama dan nisbah sepunya,
 - hasil tambah ketakterhinggaan.





5. Rajah menunjukkan susunan beberapa buah kerusi. Tinggi setiap kerusi ialah 80 cm. Apabila kerusi disusun, terdapat ruang sebanyak 4 cm antara dua buah kerusi. Kerusi-kerusi ini akan disimpan di dalam sebuah stor. **TP4**
- Cari bilangan kerusi maksimum yang boleh disusun jika tinggi stor ialah 3 m.
 - 13 susunan kerusi akan disimpan di dalam stor itu dengan keadaan susunan kerusi pertama mempunyai bilangan kerusi maksimum dan bilangan kerusi bagi setiap susunan seterusnya berkurang sebanyak 2. Hitung jumlah kerusi yang disimpan di dalam stor itu.
6. Encik Muslim mula menyimpan RM14 000 ke dalam akaun bank anaknya yang baru lahir. Bank itu menawarkan faedah sebanyak 5% setahun. Encik Muslim berharap simpanan untuk anaknya akan mencapai RM30 000 apabila anaknya berumur 18 tahun. **TP4**
- Adakah simpanan sebanyak RM30 000 dapat dicapai apabila anaknya berumur 18 tahun? Tunjukkan jalan pengiraan.
 - Jika selepas 10 tahun faedah berkurang menjadi 3% setahun, hitung jumlah simpanan ketika anak Encik Muslim berumur 18 tahun. Adakah wang simpanan bagi anak Encik Muslim mencapai RM30 000?
7. Shahrul mempunyai koleksi kereta mainan yang dikumpulkan pada setiap bulan. Bilangan kereta mainannya bertambah pada setiap bulan mengikut janjang geometri. Jumlah kereta mainannya pada empat bulan pertama ialah sepuluh kali jumlah kereta mainan pada dua bulan pertama. **TP5**
- Jika r mewakili nisbah sepunya, tunjukkan bahawa $r^4 - 10r^2 + 9 = 0$. Seterusnya, cari nilai positif r .
 - Hitung perbelanjaan yang dikeluarkan oleh Shahrul dalam masa 6 bulan itu jika dia mula membeli 2 buah kereta mainan dan purata harga sebuah kereta ialah RM7.50.

Penerokaan MATEMATIK

- Sediakan dua buah tabung.
- Dalam masa 10 hari, masukkan wang ke dalam tabung itu mengikut syarat berikut:

Tabung pertama:

Mula masukkan 50 sen ke dalam tabung pada hari pertama, RM1 pada hari kedua, RM1.50 sen pada hari ketiga dan seterusnya. Setiap hari, jumlah wang yang disimpan melebihi 50 sen dari hari sebelumnya.

Tabung kedua:

Mula masukkan 10 sen ke dalam tabung pada hari pertama, 20 sen pada hari kedua, 40 sen pada hari ketiga dan seterusnya. Jumlah wang yang disimpan setiap hari adalah dua kali jumlah wang pada hari sebelumnya.

- Catatkan jumlah simpanan anda selepas 10 hari.
- Perhatikan perkaitan antara jumlah simpanan anda dengan jenis janjang.
- Sediakan satu laporan tentang perkaitan antara janjang aritmetik dan janjang geometri dengan jumlah wang simpanan anda.