

## 6.1 Hubungan Linear dan Tak Linear



### Membezakan hubungan linear dan tak linear

#### INKUIRI 1

Berpasangan

**Tujuan:** Membezakan hubungan linear dan tak linear berdasarkan jadual data dan graf  
**Arahan:**

- Lengkapkan jadual berdasarkan persamaan yang diberikan.

(a)  $y = 2x^2 - 5x + 8$

<b>x</b>	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
<b>y</b>								

(b)  $y = x + 4$

<b>x</b>	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3
<b>y</b>								

- Lukis graf  $y$  melawan  $x$  berdasarkan nilai-nilai yang diperoleh dalam kedua-dua jadual untuk setiap persamaan.
- Berdasarkan graf yang dilukis, bandingkan bentuk graf untuk kedua-dua persamaan. Apakah yang dapat anda perhatikan?

Hasil daripada Inkuiri 1, dapat disimpulkan bahawa:

Graf yang membentuk satu garis lurus adalah suatu hubungan linear manakala graf yang tidak membentuk garis lurus adalah suatu hubungan tak linear.

Graf linear boleh diperoleh daripada graf tak linear apabila pemboleh ubah pada paksi- $X$  atau paksi- $Y$  atau kedua-duanya sekali ditukar.



#### IMBAS KEMBALI

Bagi graf linear,  $Y = mX + c$ ,  $X$  mewakili pemboleh ubah pada paksi mengufuk,  $Y$  mewakili pemboleh ubah pada paksi mencancang,  $m$  mewakili kecerunan dan  $c$  mewakili pintasan- $Y$ .

#### Contoh 1

Lukis graf  $Y$  melawan  $X$  berdasarkan setiap jadual data yang berikut dan seterusnya tentukan graf yang manakah adalah graf hubungan linear? Berikan alasan anda.

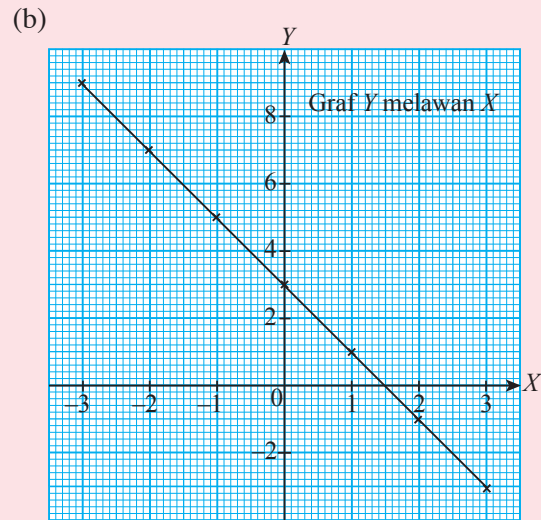
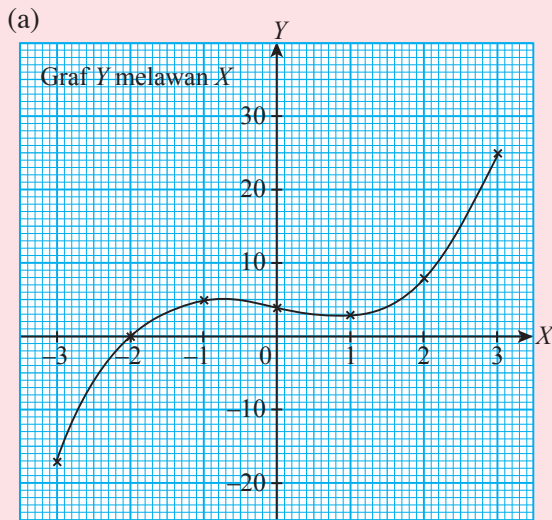
(a)

<b>X</b>	-3	-2	-1	0	1	2	3
<b>Y</b>	-17	0	5	4	3	8	25

(b)

<b>X</b>	-3	-2	-1	0	1	2	3
<b>Y</b>	9	7	5	3	1	-1	-3

Penyelesaian



Graf (a) ialah graf hubungan tak linear kerana graf yang diperoleh merupakan satu lengkung. Graf (b) ialah graf hubungan linear kerana graf yang diperoleh merupakan satu garis lurus.

Latih Diri 6.1

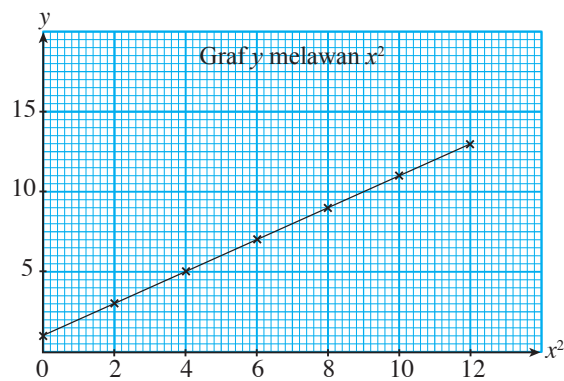
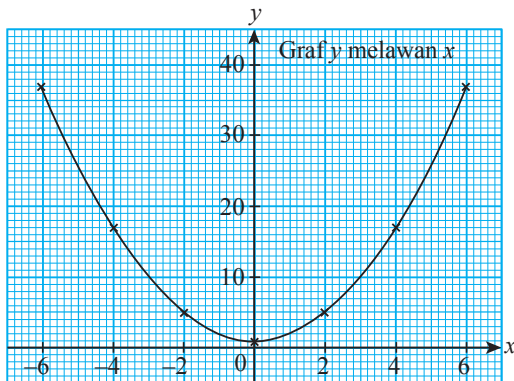
1. Rajah di bawah menunjukkan dua graf yang diplot menggunakan nilai-nilai yang diberikan dalam jadual masing-masing dengan persamaan  $y = x^2 + 1$ . Rajah yang manakah menunjukkan graf hubungan linear? Nyatakan alasan anda.

(a)

$x$	-6	-4	-2	0	2	4	6
$y$	37	17	5	1	5	17	37

(b)

$x^2$	0	2	4	6	8	10	12
$y$	1	3	5	7	9	11	13



2. Lukis graf Y melawan X berdasarkan nilai-nilai yang diberikan dalam jadual berikut.

(a)

$X$	1	3	5	7	9	11
$Y$	3.16	5.50	9.12	16.22	28.84	46.77

(b)

$X$	2	4	6	10	12	14
$Y$	0.5	0.7	0.9	1.3	1.5	1.7

Graf yang manakah menunjukkan graf hubungan linear? Nyatakan alasan anda.



## Melukis garis lurus penyuiaan terbaik bagi graf hubungan linear

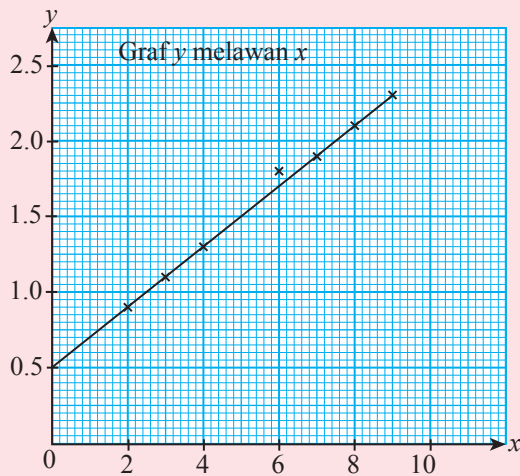
Garis lurus penyuiaan terbaik ialah garis lurus yang menyambungkan kebanyakan titik yang diplotkan pada graf. Titik-titik yang tidak terletak pada garis lurus penyuiaan terbaik itu mesti bertaburan secara seimbang di kedua-dua belah garis lurus itu.

### Contoh 2

Jadual di sebelah menunjukkan nilai-nilai yang diperoleh daripada suatu eksperimen yang melibatkan dua pemboleh ubah,  $x$  dan  $y$ . Plot graf  $y$  melawan  $x$ , dengan menggunakan skala yang sesuai bagi paksi- $x$  dan paksi- $y$ . Seterusnya, lukiskan garis lurus penyuiaan terbaik.

$x$	2	3	4	6	7	8	9
$y$	0.9	1.1	1.3	1.8	1.9	2.1	2.3

### Penyelesaian



### INKUIRI 2

Berpasangan

PAK-21

**Tujuan:** Melukis garis lurus penyuiaan terbaik menggunakan teknologi digital

**Arahan:**

1. Lukis graf garis lurus berdasarkan nilai data berikut.

$x$	1	2	3	4	6	7
$y$	3	5	6	8	10	11

2. Kemudian, masukkan nilai-nilai pada jadual yang disediakan dalam perisian Desmos dengan menggunakan nilai-nilai data yang sama seperti dalam jadual di atas.
3. Ikuti langkah-langkah bergambar untuk melukis garis lurus penyuiaan terbaik dengan mengimbas kod QR di sebelah.
4. Bandingkan graf garis lurus penyuiaan terbaik yang diperoleh dalam perisian Desmos dengan graf yang dilukis.



Langkah-langkah melukis garis lurus penyuiaan terbaik menggunakan aplikasi Desmos.



[bit.ly/2Va8CcW](https://bit.ly/2Va8CcW)

Hasil daripada Inkuiri 2, dapat diperhatikan bahawa:

Graf lurus yang didapati daripada graf yang dilukis adalah sama dengan garis lurus yang dilukis menggunakan perisian Desmos. Garis tersebut ialah garis lurus penyuaiian terbaik.

### Latih Diri 6.2

- Jadual berikut menunjukkan nilai-nilai yang diperolehi daripada suatu eksperimen yang melibatkan dua pemboleh ubah,  $x$  dan  $y$ .

$x$	5	10	15	20	25	30
$y$	8	14.5	18	23	26.5	33

Plot graf  $y$  melawan  $x$ , dengan menggunakan skala yang sesuai bagi paksi- $x$  dan paksi- $y$ . Seterusnya, lukis garis lurus penyuaiian terbaik.

- Satu eksperimen dijalankan untuk menentukan hubungan antara pemanjangan spring,  $L$  dengan jisim beban,  $m$  yang digantung pada hujung spring itu. Jadual berikut menunjukkan hasil eksperimen yang diperolehi.

$m$ (g)	20	40	60	80	100	120
$L$ (cm)	0.65	1.25	1.80	2.40	2.95	3.55

Plot graf  $L$  melawan  $m$ , dengan menggunakan skala yang sesuai pada paksi- $m$  dan paksi- $L$ . Seterusnya, lukis garis lurus penyuaiian terbaik.

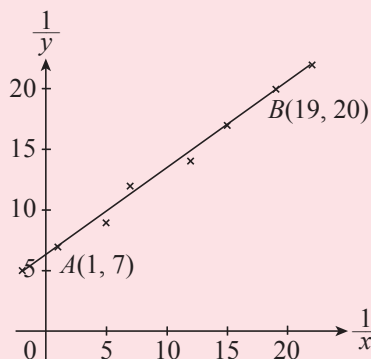


### Membentuk persamaan bagi garis lurus penyuaiian terbaik

Persamaan garis lurus boleh ditulis dalam bentuk  $Y = mX + c$ , jika kecerunan,  $m$  dan pintasan- $Y$ ,  $c$ , diketahui atau boleh ditentukan dengan menggunakan sebarang dua titik yang terletak pada garis lurus tersebut.

#### Contoh 3

Graf di bawah menunjukkan sebahagian daripada garis lurus yang diperolehi dengan memplot  $\frac{1}{y}$  melawan  $\frac{1}{x}$ . Ungkapkan  $y$  dalam sebutan  $x$ .



### Penyelesaian

$$\begin{aligned}\text{Kecerunan, } m &= \frac{20 - 7}{19 - 1} \\ &= \frac{13}{18}\end{aligned}$$

$$Y = mX + c$$

$$\frac{1}{y} = m\left(\frac{1}{x}\right) + c$$

$$20 = \left(\frac{13}{18}\right)(19) + c$$

$$c = \frac{113}{18} \leftarrow \text{Pintasan-}y$$

$$\text{Maka, } \frac{1}{y} = \frac{13}{18}\left(\frac{1}{x}\right) + \frac{113}{18} \leftarrow \text{Persamaan garis lurus}$$

$$y = \frac{18x}{13 + 113x}$$

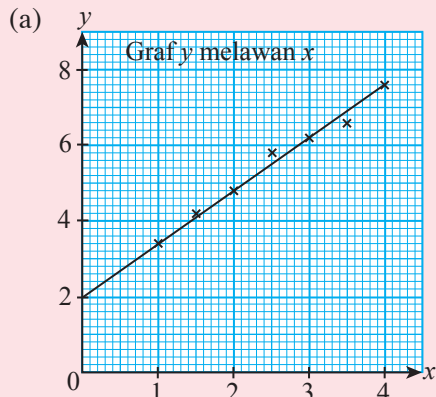
### Contoh 4

Jadual berikut menunjukkan nilai-nilai eksperimen bagi dua pemboleh ubah,  $x$  dan  $y$ .

$x$	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4
$y$	3.4	4.2	4.8	5.8	6.2	6.6	7.6

- Plot graf  $y$  melawan  $x$ , dengan menggunakan skala 1 cm kepada 1 unit pada paksi- $x$  dan 1 cm kepada 2 unit pada paksi- $y$ . Seterusnya, lukis garis lurus penyuuaian terbaik.
- Daripada graf, cari pintasan- $y$  dan kecerunan garis lurus penyuuaian terbaik itu.
- Tentukan persamaan garis lurus penyuuaian terbaik itu.

### Penyelesaian



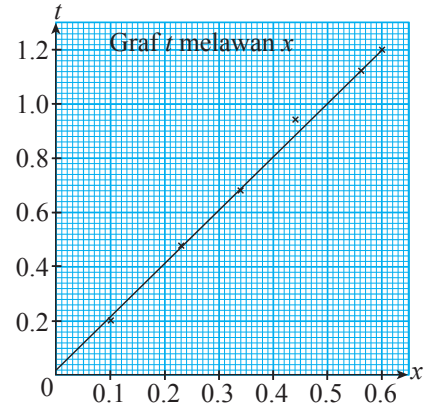
- (b) Daripada graf, pintasan- $y$ ,  $c = 2$

$$\begin{aligned}\text{kecerunan, } m &= \frac{7.6 - 2}{4 - 0} \\ &= 1.4\end{aligned}$$

- (c) Persamaan garis lurus penyuuaian terbaik ialah  $y = 1.4x + 2$ .

**Latih Diri 6.3**

1. Graf garis lurus penyuaiian terbaik dalam rajah di sebelah menunjukkan nilai-nilai yang diperolehi daripada suatu eksperimen yang melibatkan dua pemboleh ubah,  $x$  dan  $t$ . Ungkapkan  $t$  dalam sebutan  $x$ .



2. Jadual berikut menunjukkan nilai-nilai eksperimen bagi dua pemboleh ubah,  $x$  dan  $y$ .

$x$	10	20	30	40	50	60
$y$	16.5	20.0	23.5	27.5	31.5	35.0

- (a) Plot graf  $y$  melawan  $x$ , dengan menggunakan skala 2 cm kepada 10 unit pada paksi- $x$  dan 2 cm kepada 5 unit pada paksi- $y$ . Seterusnya, lukis garis lurus penyuaiian terbaik.
- (b) Daripada graf, cari pintasan- $y$  dan kecerunan garis lurus penyuaiian terbaik itu.
- (c) Tentukan persamaan garis lurus penyuaiian terbaik itu.



**Mentafsir maklumat berdasarkan garis lurus penyuaiian terbaik**

Berdasarkan garis lurus penyuaiian terbaik, anda boleh membuat ramalan bagi nilai pemboleh ubah  $x$  atau  $y$  yang tidak terdapat dalam eksperimen tanpa perlu mengulangi eksperimen tersebut. Jika nilai pemboleh ubah  $x$  atau  $y$  berada di luar julat titik-titik, anda boleh mencari nilai pemboleh ubah itu dengan memanjangkan garis lurus yang dilukis atau menentukannya dengan membentuk persamaan bagi garis lurus itu.

**Contoh 5**

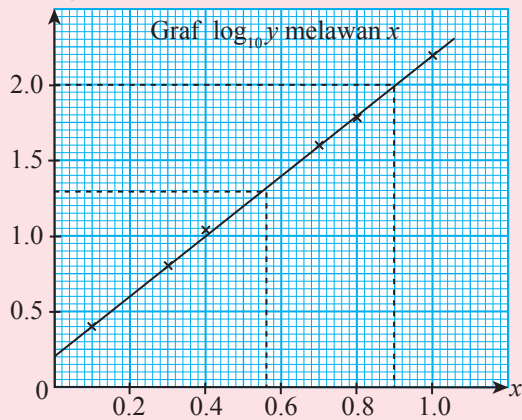
Jadual berikut menunjukkan data bagi dua pemboleh ubah,  $x$  dan  $\log_{10} y$  yang diperolehi daripada suatu eksperimen.

$x$	0.1	0.3	0.4	0.7	0.8	1.0
$\log_{10} y$	0.40	0.80	1.04	1.60	1.78	2.20

- (a) Plot  $\log_{10} y$  melawan  $x$ , dengan menggunakan skala 1 cm kepada 0.2 unit pada paksi- $x$  dan 1 cm kepada 0.5 unit pada paksi- $\log_{10} y$ . Seterusnya, lukis garis lurus penyuaiian terbaik.
- (b) Daripada graf, cari nilai
  - (i)  $\log_{10} y$  apabila  $x = 0.9$ ,
  - (ii)  $y$  apabila  $x = 0$ ,
  - (iii)  $x$  apabila  $\log_{10} y = 2$ ,
  - (iv)  $x$  apabila  $y = 20$ .
- (c) Cari persamaan garis lurus penyuaiian terbaik itu.

## Penyelesaian

(a)  $\log_{10} y$



(b) (i) Daripada graf, apabila  $x = 0.9$ ,  $\log_{10} y = 2$ .

(ii) Daripada graf, apabila  $x = 0$ ,

$$\log_{10} y = 0.2$$

$$y = 10^{0.2}$$

$$y = 1.585$$

(iii) Daripada graf, apabila  $\log_{10} y = 2$ ,  $x = 0.9$ .

(iv) Daripada graf, apabila  $y = 20$ ,  $\log_{10} 20 = 1.3$ .

Maka,  $x = 0.56$ .

(c) Dua titik dipilih daripada graf, iaitu  $(0.7, 1.60)$  dan  $(0.3, 0.80)$ .

$$\text{Kecerunan, } m = \frac{1.60 - 0.80}{0.7 - 0.3}$$

$$= 2$$

Pintasan-Y ialah 0.2.

Maka, persamaan garis lurus penyuaian terbaik ialah

$$\log_{10} y = 2x + 0.2.$$



- **Kecerunan** ialah kadar perubahan satu pemboleh ubah terhadap pemboleh ubah yang lain.
- **Pintasan-y** ialah koordinat-y bagi titik persilangan suatu garis lurus dengan paksi-y.

## Latih Diri 6.4

1. Jadual berikut menunjukkan nilai-nilai bagi  $x$  dan  $y$  hasil daripada suatu eksperimen.

$x$	1	2	4	6	8	10	15
$y$	5.5	7.0	10.5	13.0	15.5	19.0	26.5

(a) Plot  $y$  melawan  $x$ , dengan menggunakan skala 2 cm kepada 2 unit pada paksi- $x$  dan 2 cm kepada 5 unit pada paksi- $y$ . Seterusnya, lukis satu garis lurus penyuaian terbaik.

(b) Daripada graf, cari

(i) pintasan-y,

(ii) nilai  $y$  apabila  $x = 12$ ,

(iii) kecerunan,

(iv) nilai  $x$  apabila  $y = 15$ ,

(c) Cari persamaan garis lurus penyuaian terbaik itu. Seterusnya, hitung nilai  $y$  apabila  $x = 28$ .

## Latihan Intensif 6.1

Imbas kod QR atau layari bit.ly/2K9pKZ4 untuk kuiz



1. Jadual di bawah menunjukkan data bagi eksperimen yang melibatkan pemboleh ubah  $x$  dan  $y$ .

(a)

$x$	-4	-2	-1	0	1	2
$y$	3	-3	-3	-1	3	9

(b)

$\frac{1}{x}$	0.80	0.70	0.50	0.40	0.25	0.20
$y^2$	4.00	4.41	5.20	5.62	6.20	6.40

Lukis graf berdasarkan data dalam jadual. Kemudian, tentukan graf yang menunjukkan hubungan linear dan hubungan tak linear. Beri alasan bagi jawapan anda.

2. Berdasarkan satu eksperimen, nilai  $X$  dan nilai  $Y$  dihubungkan seperti di dalam jadual berikut.

$X$	20	30	40	50	60	70
$Y$	108.0	110.4	112.4	114.4	116.8	119.0

Plot graf  $Y$  melawan  $X$  dan lukis garis lurus penyuuaian terbaik. Kemudian, tuliskan persamaan bagi garis lurus penyuuaian terbaik itu.

3. Jadual berikut menunjukkan nilai-nilai bacaan bagi dua pemboleh ubah,  $\log_{10}(x+1)$  dan  $\log_{10}y$ .

$\log_{10}(x+1)$	0.18	0.30	0.50	0.60	0.70	0.78
$\log_{10}y$	0.33	0.45	0.64	0.75	0.85	0.93

- (a) Plot graf  $\log_{10}y$  melawan  $\log_{10}(x+1)$ , dengan menggunakan skala 2 cm kepada 0.1 unit pada paksi- $\log_{10}(x+1)$  dan paksi- $\log_{10}y$ . Seterusnya, lukis garis lurus penyuuaian terbaik.

- (b) Daripada graf, cari

- (i) kecerunan,  
 (ii) pintasan- $\log_{10}y$ ,  
 (iii) nilai  $x$  apabila  $\log_{10}y = 0.55$ ,

- (c) Hitung

- (i) nilai  $y$  apabila  $x = 2.5$ ,  
 (ii) nilai  $x$  apabila  $y = 1.5$ .

4. Hasil eksperimen bagi dua pemboleh ubah,  $x^2$  dan  $xy$ , ditunjukkan dalam jadual berikut.

$x^2$	5	9	16	25	36	42
$xy$	12	15.5	22	30	40	45

- (a) Plot graf  $xy$  melawan  $x^2$ , dengan menggunakan skala 2 cm kepada 5 unit pada paksi- $X$  dan paksi- $Y$ . Seterusnya, lukis garis lurus penyuuaian terbaik.

- (b) Daripada graf, cari

- (i) kecerunan, (ii) pintasan- $Y$ ,  
 (iii) nilai  $x^2$  apabila  $xy = 16.5$ , (iv) nilai  $y$  apabila  $x = 2.5$ .

- (c) Hitung nilai  $x$  apabila  $xy = 100$ .



## 6.2 Hukum Linear dan Hubungan Tak Linear



### Mengaplikasikan hukum linear kepada hubungan tak linear

Dengan penggunaan hukum linear, kebanyakan hubungan tak linear boleh ditukarkan kepada hubungan linear supaya satu graf garis lurus dapat dilukis. Daripada graf garis lurus, maklumat dapat diperolehi dengan lebih mudah berbanding graf lengkung.

Persamaan tak linear  $y = ax + \frac{b}{x}$ , dengan keadaan  $a$  dan  $b$  ialah pemalar boleh ditukar kepada bentuk persamaan linear  $Y = mX + c$  dengan dua kaedah.

#### Kaedah 1

$$y = ax + \frac{b}{x}$$

$$y(x) = ax(x) + \frac{b}{x}(x) \leftarrow \text{Darab kedua-dua belah persamaan dengan } x$$

$$yx = ax^2 + b$$

$$xy = ax^2 + b \leftarrow \text{Bandingkan dengan } Y = mX + c$$

Melalui perbandingan,  $Y = xy$ ,  $X = x^2$ ,  $m = a$  dan  $c = b$ .

$Y$	$m$	$X$	$c$
$xy$	$a$	$x^2$	$b$

#### Kaedah 2

$$y = ax + \frac{b}{x}$$

$$\frac{y}{x} = \frac{b}{x^2} + \frac{ax}{x} \leftarrow \text{Bahagi kedua-dua belah persamaan dengan } x$$

$$\frac{y}{x} = b\left(\frac{1}{x^2}\right) + a \leftarrow \text{Bandingkan dengan } Y = mX + c$$

Melalui perbandingan,  $Y = \frac{y}{x}$ ,  $X = \frac{1}{x^2}$ ,

$m = b$  dan  $c = a$ .

$Y$	$m$	$X$	$c$
$\frac{y}{x}$	$b$	$\frac{1}{x^2}$	$a$

#### TIP PINTAR

Anda perlu memilih pemboleh ubah yang sesuai bagi  $X$  dan  $Y$  untuk menukarkan persamaan tak linear kepada bentuk linear,  $Y = mX + c$  dengan  $m$  ialah kecerunan garis lurus dan  $c$  ialah pintasan- $y$ . Pemboleh ubah  $X$  dan  $Y$  mesti mengandungi hanya pemboleh ubah dan tidak boleh mengandungi pemalar yang belum diketahui.  $m$  dan  $c$  pula mesti mengandungi hanya pemalar.

#### Contoh 6

Tukar persamaan  $y = pq^x$  dengan keadaan  $p$  dan  $q$  ialah pemalar kepada bentuk linear  $Y = mX + c$ . Seterusnya, kenal pasti  $Y$ ,  $X$ ,  $m$  dan  $c$ .

#### Penyelesaian

$$y = pq^x$$

$$\log_{10} y = \log_{10} p + x \log_{10} q \leftarrow \text{Ambil log bagi kedua-dua belah persamaan}$$

$$\log_{10} y = \log_{10} q(x) + \log_{10} p \leftarrow \text{Bandingkan dengan } Y = mX + c$$

Melalui perbandingan,  $Y = \log_{10} y$ ,  $X = x$ ,

$m = \log_{10} q$  dan  $c = \log_{10} p$

$Y$	$m$	$X$	$c$
$\log_{10} y$	$\log_{10} q$	$x$	$\log_{10} p$

**Contoh 7**

Jadual di bawah menunjukkan nilai-nilai  $x$  dan  $y$  yang didapati daripada satu uji kaji. Pemboleh ubah  $x$  dan  $y$  dihubungkan oleh persamaan  $3y - px^2 = qx$ , dengan keadaan  $p$  dan  $q$  ialah pemalar.

$x$	1	2	3	5	7	9
$y$	20	34	48	60	63	36

- Tukarkan persamaan  $3y - px^2 = qx$  kepada bentuk linear.
- Plot graf  $\frac{y}{x}$  melawan  $x$ , dengan menggunakan skala 1 cm kepada 2 unit pada paksi- $x$  dan 1 cm kepada 5 unit pada paksi- $\frac{y}{x}$ . Seterusnya, lukis garis lurus penyuaian terbaik.
- Daripada graf, cari nilai  $p$  dan nilai  $q$ .

**Penyelesaian**

(a)  $3y - px^2 = qx$

$\frac{3y}{3x} - \frac{px^2}{3x} = \frac{qx}{3x}$  ← Bahagi kedua-dua belah persamaan dengan  $3x$

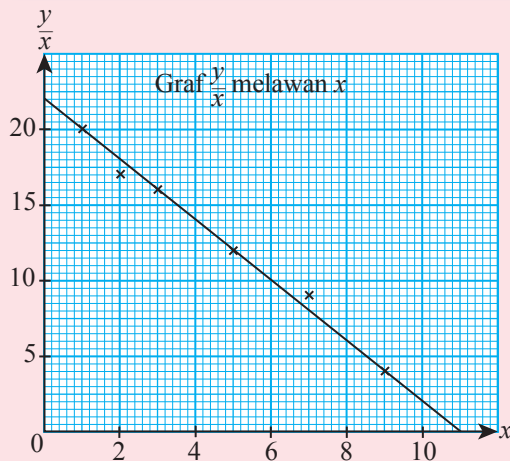
$\frac{y}{x} - \frac{px}{3} = \frac{q}{3}$

$\frac{y}{x} = \frac{p}{3}(x) + \frac{q}{3}$  ← Bandingkan dengan  $Y = mX + c$

Melalui perbandingan,  $Y = \frac{y}{x}$ ,  $X = x$ ,  $m = \frac{p}{3}$  dan  $c = \frac{q}{3}$ .

(b)

$x$	1	2	3	5	7	9
$\frac{y}{x}$	20	17	16	12	9	4



(c) Daripada graf, pintasan- $y = 22$

$\frac{q}{3} = 22$   
 $q = 66$

kecerunan  $= \frac{4 - 22}{9 - 0}$   
 $= -2$   
 $\frac{p}{3} = -2$   
 $p = -6$



Renè Descartes telah mencipta grid koordinat yang dipanggil Rajah Cartesan. Bagaimanakah teretusnya idea beliau untuk mencipta Rajah Cartesan? Beliau sering berbaring di atas katil sehingga lewat malam dan memerhatikan seekor lalat di siling biliknya. Beliau terfikir cara terbaik untuk menggambarkan kedudukan lalat pada siling tersebut. Beliau memutuskan untuk menjadikan salah satu sudut siling sebagai titik rujukan. Untuk maklumat lanjut:



[bit.ly/2Y496hw](https://bit.ly/2Y496hw)

### Contoh 8

Jadual di bawah menunjukkan nilai-nilai  $x$  dan  $y$  yang diperoleh daripada satu pemerhatian eksperimen. Pemboleh ubah  $x$  dan  $y$  dihubungkan oleh persamaan  $y = \frac{p^x}{q}$ , dengan keadaan  $p$  dan  $q$  ialah pemalar.

$x$	2	4	5	6	7	8	10
$y$	0.3162	5.0119	100	1 584.89	6 309.57	63 095.73	100 000

- (a) Plot graf  $\log_{10} y$  melawan  $x$ , dengan menggunakan skala 1 cm kepada 2 unit pada kedua-dua paksi- $\log_{10} y$  dan paksi- $x$ . Seterusnya, lukis garis lurus penyuaian terbaik.
- (b) Daripada graf, cari
- nilai  $p$  dan nilai  $q$ ,
  - nilai  $y$  apabila  $x = 3$ .

### Penyelesaian

(a)  $y = \frac{p^x}{q}$

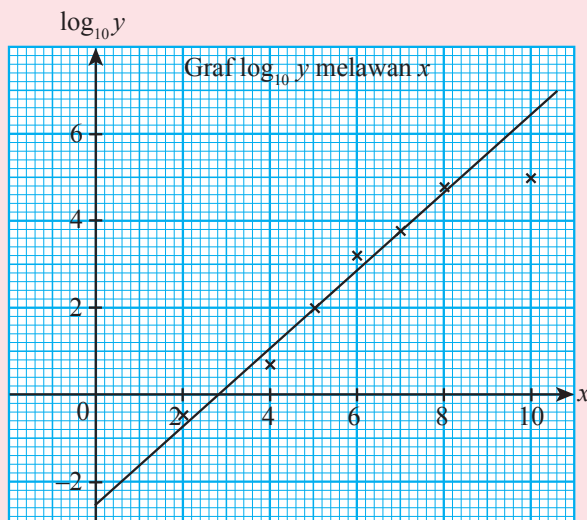
$$\log_{10} y = \log_{10} p^x - \log_{10} q$$

$$\log_{10} y = x \log_{10} p - \log_{10} q$$

$$\log_{10} y = (\log_{10} p)x - \log_{10} q \leftarrow \text{Bandingkan dengan } Y = mX + c$$

Melalui perbandingan,  $Y = \log_{10} y$ ,  $X = x$ ,  $m = \log_{10} p$  dan  $c = -\log_{10} q$

$x$	2	4	5	6	7	8	10
$\log_{10} y$	-0.50	0.70	2.00	3.20	3.80	4.80	5.00



(b) (i)  $-\log_{10} q = -2.5$

$$\log_{10} q = 2.5$$

$$q = 316.228$$

$$\log_{10} p = \frac{2.00 - 3.80}{5 - 7}$$

$$\log_{10} p = 0.9$$

$$p = 7.943$$

(ii) Apabila  $x = 3$ ,  $\log_{10} y = 0.2$   
 $y = 1.585$

**Latih Diri 6.5**

- Tukarkan setiap persamaan tak linear berikut kepada bentuk  $Y = mX + c$ . Seterusnya, kenal pasti  $Y$ ,  $X$ ,  $m$  dan  $c$ .
  - $y = px^2 - q$
  - $y = hx^2 + x$
  - $y = \frac{p}{x^2} + q$
- Jadual di bawah menunjukkan nilai-nilai  $x$  dan  $y$  yang didapati daripada satu pemerhatian eksperimen. Pemboleh ubah  $\sqrt{x}$  dan  $\frac{1}{y}$  dihubungkan oleh persamaan  $\frac{1}{y} = p\sqrt{x} + q$ , dengan keadaan  $p$  dan  $q$  ialah pemalar.

$\sqrt{x}$	0.70	1.00	1.22	1.45	1.58	1.80
$\frac{1}{y}$	0.62	1.20	1.65	2.00	2.38	2.75

- Plot graf  $\frac{1}{y}$  melawan  $\sqrt{x}$ , dengan menggunakan skala 1 cm kepada 0.5 unit pada kedua-dua paksi- $\sqrt{x}$  dan paksi- $\frac{1}{y}$ . Seterusnya, lukis garis lurus penyuai terbaik.
- Daripada graf, cari nilai
  - $q$ ,
  - $p$ ,
  - $y$  apabila  $x = 1.21$ .

**Latihan Intensif 6.2**Imbas kod QR atau layari [bit.ly/2LTsM5Y](https://bit.ly/2LTsM5Y) untuk kuiz

- Tukarkan setiap persamaan tak linear berikut kepada bentuk linear. Seterusnya, kenal pasti  $Y$ ,  $X$ , kecerunan dan pintasan- $Y$ .
  - $y = 5x^2 + 3x$
  - $y = p\sqrt{x} + \frac{q}{\sqrt{x}}$
  - $y = ax^b$
  - $x = mxy + ny$
  - $yp^x = q$
  - $y(b-x) = ax$
- Jadual di bawah menunjukkan data yang menghubungkan pemboleh ubah  $x$  dan  $y$  oleh persamaan  $y = ax^3 + bx^2$ , dengan keadaan  $a$  dan  $b$  ialah pemalar.

$x$	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0
$y$	0.31	2.05	6.19	14.00	26.30	45.00

- Tukarkan persamaan tak linear  $y = ax^3 + bx^2$  kepada bentuk linear.
  - Plot graf  $\frac{y}{x^2}$  melawan  $x$ , dengan menggunakan skala yang sesuai pada paksi- $x$  dan paksi- $\frac{y}{x^2}$ . Seterusnya, lukis garis lurus penyuai terbaik.
  - Daripada graf, cari nilai  $a$  dan nilai  $b$ .
- Jadual di bawah menunjukkan data yang menghubungkan pemboleh ubah  $x$  dan  $y$  oleh persamaan  $y = a^{b+x}$ , dengan keadaan  $a$  dan  $b$  ialah pemalar.

$x$	1	2	3	4	5
$y$	2.83	5.66	11.31	22.63	45.25

- Tukarkan persamaan tak linear  $y = a^{b+x}$  kepada persamaan linear.
- Plot graf  $\log_{10} y$  melawan  $x$ , dengan menggunakan skala yang sesuai pada paksi- $x$  dan paksi- $\log_{10} y$ . Seterusnya, lukis garis lurus penyuai terbaik.
- Daripada graf, cari nilai  $a$  dan nilai  $b$ .

## 6.3 Aplikasi Hukum Linear



### Menyelesaikan masalah melibatkan hukum linear

#### Contoh 9

APLIKASI MATEMATIK

Satu eksperimen telah dijalankan untuk mengetahui kesan tumbesaran bagi sejenis tumbuhan terhadap kepekatan suatu hormon. Bacaan nilai daripada eksperimen tersebut telah dicatatkan dalam jadual di bawah. Tumbesaran tumbuhan itu dan kepekatan hormon dihubungkan oleh persamaan  $P = 180 + rK - sK^2$ , dengan  $r$  dan  $s$  ialah pemalar.

Kepekatan hormon per juta ( $K$ )	1	3	4	6	8	10
% tumbesaran tumbuhan ( $P$ )	181	179.7	178	168	157	140

- (a) Plot graf  $\frac{P-180}{K}$  melawan  $K$ , dengan menggunakan skala 2 cm kepada 2 unit pada paksi- $X$  dan 2 cm kepada 1 unit pada paksi- $Y$ . Seterusnya, lukis garis lurus penyuaian terbaik.
- (b) Daripada graf, hitung nilai  $r$  dan nilai  $s$ .

#### Penyelesaian

##### 1. Memahami masalah

- ◆ Kenal pasti pemboleh ubah untuk menentukan paksi- $X$  dan paksi- $Y$ .
- ◆ Plot graf dengan menggunakan skala yang diberikan.
- ◆ Berdasarkan graf, cari nilai  $r$  dan nilai  $s$ .

##### 2. Merancang strategi

- (a) Tukarkan persamaan tak linear kepada bentuk linear dan bandingkan dengan bentuk  $Y = mX + c$ , dengan keadaan  $m$  ialah kecerunan dan  $c$  ialah pintasan paksi- $Y$ .
- (b) Bina satu jadual baharu menggunakan pemboleh ubah itu.
- (c) Plot graf dengan menggunakan nilai-nilai pada jadual baharu.
- (d) Cari pintasan- $Y$  dan kecerunan dengan merujuk kepada graf. Seterusnya, bandingkan dengan persamaan  $Y = mX + c$ .

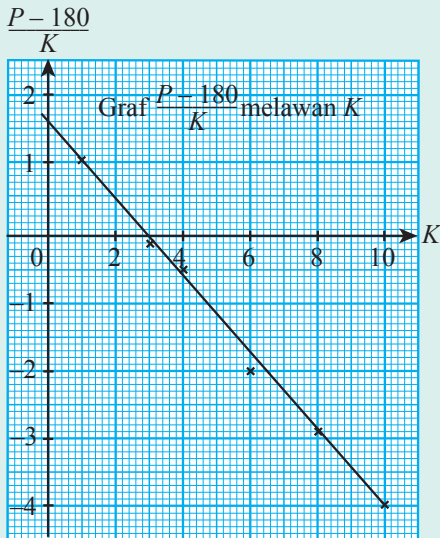
##### 3. Melaksanakan strategi

(a)

$$P = 180 + rK - sK^2$$
$$P - 180 = rK - sK^2$$
$$\frac{P - 180}{K} = \frac{rK}{K} - \frac{sK^2}{K}$$
$$\frac{P - 180}{K} = r - sK$$
$$\frac{P - 180}{K} = -sK + r$$

Melalui perbandingan,  $Y = \frac{P - 180}{K}$ ,  $X = K$ ,  $m = -s$  dan  $c = r$ .

$K$	1	3	4	6	8	10
$\frac{P - 180}{K}$	1.00	-0.10	-0.50	-2.00	-2.88	-4.00



(b) Pintasan- $Y = 1.6$   
 $r = 1.6$

Kecerunan,  $-s = \frac{-4 - 1.6}{10 - 0}$   
 $-s = -0.56$   
 $s = 0.56$

#### 4. Membuat refleksi

Apabila  $K = 1$ ,  
 $P = 180 + rK - sK^2$   
 $= 180 + (1.6)(1) - (0.56)(1)^2$   
 $= 181.04$   
 $\approx 181$

Apabila  $K = 3$ ,  
 $P = 180 + rK - sK^2$   
 $= 180 + (1.6)(3) - (0.56)(3)^2$   
 $= 179.76$   
 $\approx 179.7$

#### Latih Diri 6.6

- Jadual di bawah menunjukkan nilai-nilai bagi populasi sejenis bakteria yang disimpan di dalam satu tabung uji. Pemboleh ubah  $x$  mewakili bilangan jam dan  $y$  mewakili jumlah populasi. Pemboleh ubah  $x$  dan  $y$  dihubungkan oleh persamaan  $y = pq^x$ , dengan keadaan  $p$  dan  $q$  ialah pemalar.

$x$ (Bilangan jam)	2	4	6	8	10	16
$y$ (Jumlah populasi)	3.98	6.31	10.00	15.85	25.12	100.00

- Plot  $\log_{10} y$  melawan  $x$ , dengan menggunakan skala yang sesuai pada kedua-dua paksi. Seterusnya, lukis garis lurus penyuaiannya terbaik.
- Daripada graf, cari nilai
  - $p$
  - $q$
- Anggarkan jumlah populasi bakteria itu selepas 5 jam.

2. Jadual di bawah menunjukkan nilai-nilai bagi dua pemboleh ubah,  $x$  dan  $y$  yang diperoleh daripada satu eksperimen. Pemboleh ubah  $x$  dan  $y$  dihubungkan oleh persamaan  $xy - yb = a$ , dengan keadaan  $a$  dan  $b$  ialah pemalar.

$x$	0.485	1.556	4.528	10.227	18.333	100.000
$y$	20.60	18.00	13.25	8.80	6.00	1.40

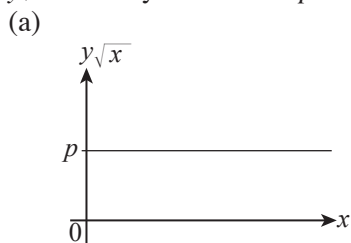
- Plot  $y$  melawan  $xy$ , dengan menggunakan skala yang sesuai pada kedua-dua paksi. Seterusnya, lukis garis lurus penyuaian terbaik.
- Daripada graf, cari nilai  $a$  dan nilai  $b$ .
- Kaedah lain untuk mendapatkan graf garis lurus bagi persamaan tak linear di atas adalah dengan memplot  $\frac{1}{y}$  melawan  $x$ . Tanpa melukis graf yang kedua, hitung nilai kecerunan dan pintasan- $Y$  pada paksi mencancang graf.

### Latihan Intensif 6.3

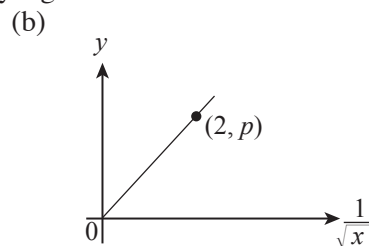
Imbas kod QR atau layari [bit.ly/2GFOZ2X](https://bit.ly/2GFOZ2X) untuk kuiz



1. Rajah (a) dan Rajah (b) menunjukkan dua graf garis lurus yang dihubungkan oleh persamaan  $y\sqrt{x} = 10$ . Nyatakan nilai  $p$  dalam setiap kes yang berikut.



Rajah (a)



Rajah (b)

2. Jadual di bawah menunjukkan data yang diperoleh daripada suatu eksperimen pergerakan bandul, dengan keadaan  $p$  ialah panjang tali bandul, dalam cm, dan  $t$  ialah tempoh ayunan bandul, dalam saat. Salah satu data  $t$  disyaki telah salah dicatat.

Panjang, $p$ (cm)	10	20	30	40	50	60
Tempoh ayunan, $t$ (s)	6.3	9.0	11.0	12.6	14.1	15.0

- Plot graf  $t^2$  melawan  $p$ , dengan menggunakan skala yang sesuai. Seterusnya, lukis garis lurus penyuaian terbaik.
- Tandakan  $\otimes$  bagi titik yang salah dicatatkan pada graf. Kemudian, cari nilai  $t$  yang betul.
- Gunakan graf untuk mencari nilai  $k$  jika  $t$  dan  $p$  dihubungkan oleh persamaan  $\sqrt{p} = \frac{t}{k}$ , dengan keadaan  $t$  dan  $p$  ialah pemalar.

3. Jumlah pengeluaran sejenis komoditi,  $N$ , dihubungkan dengan jumlah jam,  $H$  oleh persamaan  $2N^2 - a = \frac{b}{H}$ . Jadual di bawah menunjukkan nilai  $N$  dan nilai  $H$  yang sepadan.

$H$ (jam)	20	40	60	80	100
$N$ (tan metrik)	1.225	1.162	1.140	1.135	1.127

- (a) Plot graf garis lurus penyuaiian terbaik  $N^2H$  melawan  $H$ , dengan menggunakan skala yang sesuai.  
 (b) Gunakan graf di (a) untuk mencari nilai  $a$  dan nilai  $b$ .  
 (c) Daripada graf, anggarkan jumlah pengeluaran jika jumlah jam ialah 10.  
 (d) Pengurus syarikat itu merancang untuk mengeluarkan sebanyak 1.1183 tan metrik komoditi. Jika seorang pekerja bekerja selama 8 jam, berapakah bilangan pekerja yang diperlukan oleh syarikat itu?
4. Jadual di bawah menunjukkan nilai-nilai dalam suatu uji kaji yang melibatkan kepekatn cecair,  $L$  unit<sup>3</sup>, dihubungkan dengan suhu,  $T$ , oleh persamaan  $L = A(3)^{\frac{b}{T}}$ .

$T$ (°C)	0.100	0.033	0.020	0.014	0.011	0.010
$L$ (unit <sup>3</sup> )	$6.31 \times 10^8$	$1.00 \times 10^{10}$	$1.58 \times 10^{11}$	$3.98 \times 10^{12}$	$2.51 \times 10^{13}$	$1.58 \times 10^{14}$

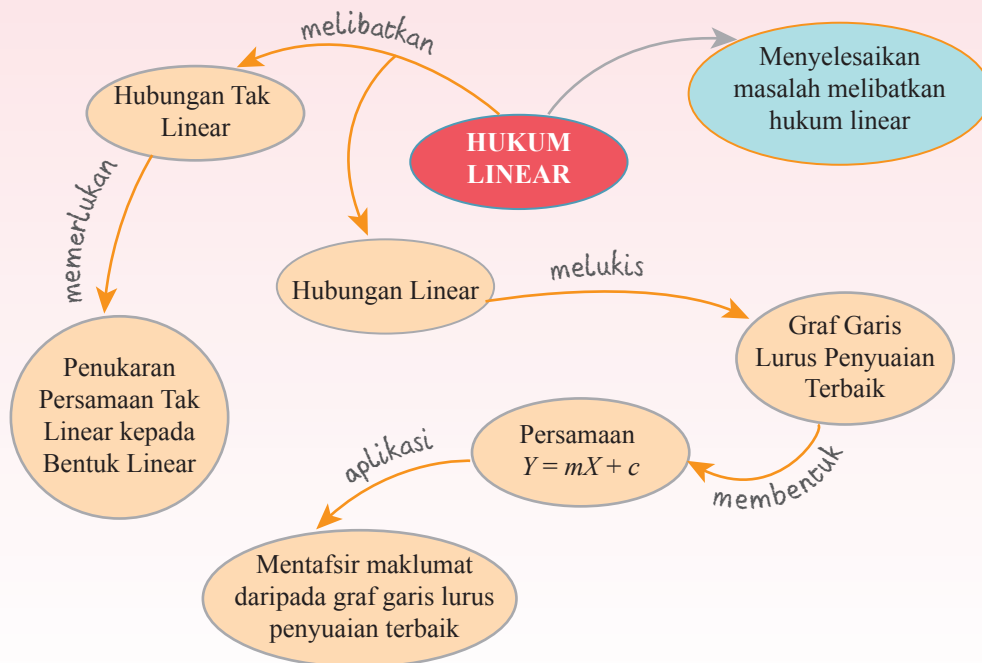
- (a) Plot graf garis lurus penyuaiian terbaik  $\log_{10} L$  melawan  $\frac{1}{T}$ , dengan menggunakan skala yang sesuai.  
 (b) Gunakan graf di (a) untuk mencari nilai  
 (i)  $A$ ,  
 (ii)  $b$ .  
 (c) Tentukan suhu apabila cecair itu dipanaskan sehingga kepekatannya menjadi 21.5 unit<sup>3</sup>.
5. Jadual di bawah menunjukkan nilai-nilai mata percubaan bagi satu permainan yang melibatkan dua pemboleh ubah,  $u$  dan  $v$  yang mempunyai hubungan  $\frac{1}{v} + \frac{1}{u} = \frac{1}{f}$ .

$u$	15	20	25	50	100
$v$	30.0	20.2	16.6	12.5	11.1

- (a) Plot  $\frac{1}{v}$  melawan  $\frac{1}{u}$ . Lukiskan garis lurus penyuaiian terbaik.  
 (b) Daripada graf,  
 (i) ungkapkan  $v$  dalam sebutan  $u$ .  
 (ii) tentukan nilai  $\frac{1}{f}$  apabila  $\frac{1}{u} = 0$ , seterusnya cari nilai  $f$ .



# RUMUSAN BAB 6



## TULIS JURNAL ANDA



dileraikan



disusun



Rajah di atas menunjukkan lego yang disusun dan juga boleh dileraikan. Dalam matematik, terdapat pelbagai contoh yang mempunyai songsangan. Anda boleh menukarkan persamaan tak linear kepada bentuk linear dan boleh menukarkan bentuk linear kepada persamaan tak linear semula. Bolehkah anda menentukan langkah-langkah yang diperlukan untuk menukarkan persamaan linear kepada bentuk persamaan tak linear?



## LATIHAN PENGUKUHAN

1. Ungkapkan setiap persamaan tak linear berikut ke dalam bentuk linear,  $Y = mX + c$ , dengan  $X$  dan  $Y$  ialah pemboleh ubah manakala  $m$  dan  $c$  ialah pemalar. **TP2**

(a)  $y = 3x + \frac{4}{x^2}$

(b)  $y = px^3 + qx^2$

(c)  $y = \frac{p}{x} + \frac{q}{p}x$

(d)  $y = pk^{\sqrt{x}}$

(e)  $y = pk^{x-1}$

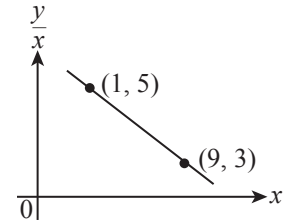
(f)  $y = \frac{k^{x^2}}{p}$



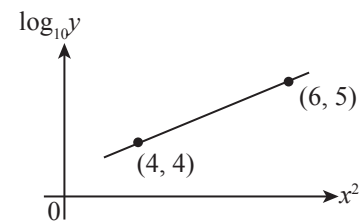
2. Pemboleh ubah  $x$  dan  $y$  dihubungkan oleh persamaan  $y = px^2 + qx$ , dengan keadaan  $p$  dan  $q$  ialah pemalar. Rajah di sebelah menunjukkan sebahagian daripada graf garis lurus penyuaiian terbaik yang diperoleh dengan memplot graf

$\frac{y}{x}$  melawan  $x$ . **TP3**

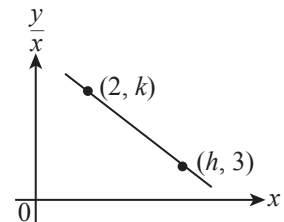
- (a) Tukarkan persamaan  $y = px^2 + qx$  kepada bentuk linear.  
 (b) Cari nilai  $p$  dan nilai  $q$ .



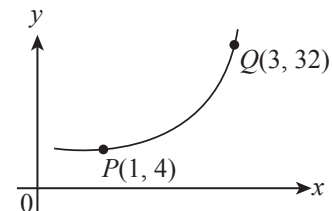
3. Pemboleh ubah  $x$  dan  $y$  dihubungkan oleh persamaan  $y = pq^{\frac{x^2}{4}}$ . Rajah di sebelah menunjukkan sebahagian daripada graf garis lurus penyuaiian terbaik yang diperoleh dengan memplot  $\log_{10} y$  melawan  $x^2$ . Cari nilai  $p$  dan nilai  $q$ . **TP3**



4. Rajah di sebelah menunjukkan sebahagian daripada graf garis lurus penyuaiian terbaik  $\frac{y}{x}$  melawan  $x$ . Diberi bahawa  $y = 5x - 3x^2$ , cari nilai  $k$  dan nilai  $h$ . **TP3**



5. Rajah di sebelah menunjukkan sebahagian daripada graf  $y$  melawan  $x$  untuk persamaan  $y = ab^x$ , dengan keadaan  $a$  dan  $b$  ialah pemalar. **TP3**
- (a) Lakarkan graf garis lurus  $\log_2 y$  melawan  $x$ . Tandakan dan nyatakan koordinat bagi titik-titik sepadan  $P$  dan  $Q$ .  
 (b) Berdasarkan graf di (a), cari nilai  $a$  dan nilai  $b$ .



6. Apabila  $x^2y$  melawan  $x$  diplot, satu garis lurus diperoleh. Garis itu mempunyai kecerunan 8 dan melalui titik  $(2, 19)$ .
- (a) Tentukan persamaan yang menghubungkan  $x$  dan  $y$ .  
 (b) Seterusnya, cari nilai  $y$  apabila  $x = 9.4$ .

7. Satu kajian dijalankan untuk menentukan hubungan jisim,  $m$  dengan isi padu,  $V$  bagi sejenis minyak masak. Jadual berikut menunjukkan hasil dapatan kajian yang telah dilakukan. **TP2**

$V$	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0
$m$	0.35	0.84	1.23	1.60	2.00	2.37

Plot graf  $m$  melawan  $V$  dengan menggunakan skala 2 cm kepada 1 unit pada kedua-dua paksi. Seterusnya, lukis garis lurus penyuuaian terbaik.

8. Berdasarkan satu eksperimen, hubungan antara nilai  $x$  dan nilai  $y$  diperoleh seperti dalam jadual di bawah. **TP3**

$x$	10	20	30	40	50	60
$y$	16.5	20.0	23.5	27.5	31.5	35.0

- (a) Plot graf  $y$  melawan  $x$  dan lukis garis lurus penyuuaian terbaik dengan menggunakan skala 2 cm kepada 10 unit bagi paksi- $x$  dan 2 cm kepada 5 unit bagi paksi- $y$ .  
 (b) Seterusnya, bentukkan persamaan garis lurus.

9. Jadual di bawah menunjukkan nilai-nilai yang menghubungkan suhu,  $T$  suatu larutan selepas masa,  $t$  dalam suatu eksperimen. **TP4**

$t(s)$	2	4	6	8	10
$T(^{\circ}C)$	29.0	40.0	31.0	32.1	33.0

- (a) Plot graf  $T$  melawan  $t$ , seterusnya lukis garis lurus penyuuaian terbaik dengan skala yang sesuai.  
 (b) Tandakan  $\otimes$  bagi titik yang salah dicatatkan pada graf. Kemudian, cari nilai yang betul bagi  $T^{\circ}C$ .  
 (c) Daripada graf, cari  
 (i) suhu permulaan larutan tersebut,  
 (ii) suhu larutan selepas 9 saat,  
 (iii) masa yang diambil untuk larutan mencapai suhu  $30.5^{\circ}C$ .

10. Jadual di bawah menunjukkan nilai-nilai bagi dua pemboleh ubah,  $x$  dan  $y$ , yang diperoleh daripada suatu eksperimen. Pemboleh ubah  $x$  dan  $y$  dihubungkan oleh persamaan  $y = st^x$ , dengan  $a$  dan  $b$  ialah pemalar. **TP3**

$x$	1.5	3.0	4.5	6.0	7.5	9.0
$y$	2.51	3.24	4.37	5.75	7.76	10.00

- (a) Plot graf  $\log_{10} y$  melawan  $x$ , dengan menggunakan skala 2 cm kepada 1 unit pada paksi- $x$  dan 2 cm kepada 0.1 unit pada paksi- $\log_{10} y$ . Seterusnya, lukis garis lurus penyuuaian terbaik.  
 (b) Daripada graf, cari nilai  
 (i)  $s$ ,  
 (ii)  $t$ ,  
 (iii)  $x$  apabila  $y = 4$ .



11. Jadual di bawah menunjukkan nilai-nilai bagi dua pemboleh ubah,  $x$  dan  $y$  yang diperoleh daripada suatu eksperimen. Pemboleh ubah  $x$  dan  $y$  dihubungkan oleh persamaan  $2y - p = \frac{q}{x}$ , dengan keadaan  $p$  dan  $q$  ialah pemalar. **U38**

$x$	1	2	3	4	5	6
$y$	5	3.5	3.1	2.7	2.6	2.5

- Plot graf  $xy$  melawan  $x$ , dengan menggunakan skala 2 cm kepada 1 unit pada paksi- $x$  dan 2 cm kepada 2 unit pada paksi- $xy$ . Seterusnya, lukis garis lurus penyuaiian terbaik.
- Gunakan graf di (a) untuk mencari nilai
  - $p$ ,
  - $q$ ,
  - $y$  apabila  $x = 3.5$ .
- Hitung nilai  $x$  apabila  $y = 50$ .

## Penerokaan MATEMATIK

Durian merupakan buah yang terkenal di Asia Tenggara. Percubaan untuk mengeksport durian dalam bentuk sejuk beku telah dilakukan supaya dapat diperkenalkan ke negara yang berada di luar Asia Tenggara. Pembajaan tanaman merupakan amalan yang perlu dilakukan dalam usaha untuk meningkatkan pengeluaran hasil durian. Jadual berikut menunjukkan hubungan antara umur dan jisim pokok durian dengan menggunakan kaedah pembajaan yang disyorkan pada peringkat vegetatif.



Umur (tahun)	1	2	3	4	5
Jisim (kg)	0.5	1.0	2.0	2.8	4.0

- Lukis gambar rajah serakan bagi data dalam jadual di atas. Adakah gambar rajah serakan menunjukkan hubungan linear antara umur dan jisim pokok durian yang menggunakan kaedah pembajaan?
- Dengan menggunakan skala yang sesuai, lukis garis lurus penyuaiian terbaik dengan jisim sebagai pemboleh ubah bersandar dan umur sebagai pemboleh ubah tak bersandar. Kemudian, cari persamaan yang menghubungkan kedua-dua pemboleh ubah.
- Tukarkan hubungan tak linear kepada bentuk linear dan bina jadual yang baharu bagi pemboleh ubah yang terlibat.
- Daripada graf anda, ramalkan jisim buah durian yang berusia 7 tahun.