

7.1 Pembahagi Tembereng Garis

Tembereng garis ialah sebahagian daripada garis lurus yang mempunyai dua titik hujung dengan panjang atau jarak tertentu. Mana-mana titik yang terletak pada tembereng itu dalam nisbah tertentu dikenali sebagai titik pembahagian.



Membuat perkaitan antara kedudukan titik yang membahagikan sesuatu tembereng garis dengan nisbah yang berkaitan

INKUIRI 1

Berkumpulan

Tujuan: Meneroka perkaitan antara kedudukan titik dalam suatu tembereng garis dengan nisbahnya

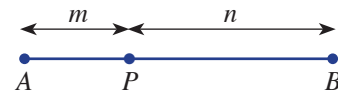
Arahan:

1. Imbas kod QR atau layari pautan di sebelah.
2. Pada tembereng garis AB , gerakkan titik P ke kanan dan ke kiri. Perhatikan nilai m dan nilai n yang terpapar.
3. Apakah perkaitan antara kedudukan titik P pada tembereng garis itu dengan nilai m dan nilai n ?
4. Pertimbangkan satu kedudukan P pada tembereng garis AB dan jawab soalan berikut.
 - (a) Berapakah bilangan bahagian antara titik P dan titik A ?
 - (b) Berapakah bilangan bahagian antara titik P dan titik B ?
 - (c) Berapakah bilangan bahagian antara titik A dan titik B ?
 - (d) Dalam sebutan AB , berapakah panjang AP dan PB ?
 - (e) Tentukan nisbah $AP : PB$.
 - (f) Apakah perkaitan antara kedudukan P dalam tembereng garis AB itu dengan nisbah yang diperolehi dalam soalan (e)?
5. Seterusnya, gerakkan titik P supaya nisbah $m : n$ menjadi $5 : 5 = 1 : 1$. Adakah panjang AP sama dengan panjang PB ? Nyatakan kedudukan titik P pada tembereng garis itu apabila nisbah $m : n$ adalah sama untuk setiap bahagian.
6. Tukarkan nisbah $m : n$ dan perhatikan kedudukan titik P . Adakah kedudukannya juga berubah mengikut perubahan nilai nisbah?



ggbm.at/ksz5pcew

Hasil daripada Inkuiri 1, titik P yang berada pada tembereng garis AB membahagi tembereng garis itu kepada dua bahagian dengan nisbah $m : n$. Nisbah $m : n$ menunjukkan tembereng garis AB dibahagikan kepada $(m + n)$ bahagian yang sama.



Kedudukan titik P pada tembereng garis AB menentukan m bilangan bahagian yang sama dari titik A ke titik P dan n bilangan bahagian yang sama dari titik B ke titik P . Jadi, titik P membahagikan tembereng garis itu dalam nisbah $m : n$. Sebaliknya, nisbah $m : n$ akan menentukan kedudukan titik P pada tembereng garis AB . Apabila nisbah $m : n$ berubah, kedudukan titik P juga berubah. Jika $m = n$, maka titik P ialah titik tengah bagi tembereng garis AB . Secara amnya,

Kedudukan titik P pada suatu tembereng garis AB membahagikan tembereng garis itu dengan nisbah $m : n$ dan sebaliknya.

Contoh 1

Diberi tembereng garis PQ dan suatu titik R terletak pada PQ . Titik R berada $\frac{7}{9}$ daripada jarak PQ dari titik P di sepanjang tembereng garis PQ .

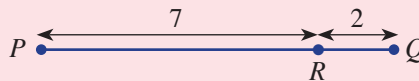
- Lakarkan situasi ini menggunakan tembereng garis.
- Adakah titik R paling hampir dengan P atau Q ? Terangkan.
- Dengan menggunakan maklumat yang diberi, tentukan nisbah berikut.
 - $PR : PQ$,
 - $RQ : PR$,
 - $PR : RQ$.
- Seterusnya, huraikan perkaitan antara kedudukan titik R pada tembereng garis PQ dengan nisbahnya.

Penyelesaian

- (b) Titik R terletak paling hampir dengan Q kerana kedudukan titik R ini adalah lebih separuh daripada tembereng garis itu dari titik P .

- (c) (i) $PR : PQ = 7 : 9$
 (ii) $RQ : PR = 2 : 7$
 (iii) $PR : RQ = 7 : 2$

- (d) Titik R membahagikan tembereng garis PQ dengan nisbah $7 : 2$

**Latih Diri 7.1**

- Rajah di bawah menunjukkan satu tembereng garis AB yang dibahagikan kepada 12 bahagian yang sama.



P , Q dan R ialah titik pembahagian dalam tembereng garis itu.

- Tentukan kedudukan setiap titik itu berhubung dengan nisbahnya.
 - Jika titik S berada pada tembereng garis AB dalam nisbah $5 : 7$, tanda dan labelkan kedudukan titik S pada tembereng itu.
- Rajah di bawah menunjukkan titik P yang membahagi seutas tali AB dengan nisbah $m : n$.



Diberi $AP = 10$ cm dan $AB = 35$ cm.

- Cari nilai m dan nilai n .
- Huraikan kedudukan P di atas tali itu berhubung dengan nisbahnya.
- Jika tali itu diletakkan di atas paksi- x pada satah Cartes dengan keadaan A ialah asalan dan koordinat B ialah $(21, 0)$, tentukan koordinat bagi P .



Menerbitkan rumus pembahagi tembereng garis pada satah Cartes

Dalam Rajah 7.1, koordinat bagi titik A dan titik B masing-masing ialah (x_1, y_1) dan (x_2, y_2) . $P(x, y)$ ialah titik yang membahagi tembereng garis AB dalam nisbah $m : n$. Jadi, $CD = x - x_1$, $DE = x_2 - x$, $PG = y - y_1$ dan $BF = y_2 - y$. Oleh sebab AC , PD dan BE adalah selari, kita peroleh:

$$\begin{aligned}\frac{CD}{DE} &= \frac{AP}{PB} \\ \frac{x - x_1}{x_2 - x} &= \frac{m}{n} \\ n(x - x_1) &= m(x_2 - x) \\ nx - nx_1 &= mx_2 - mx \\ mx + nx &= nx_1 + mx_2 \\ x(m + n) &= nx_1 + mx_2 \\ x &= \frac{nx_1 + mx_2}{m + n}\end{aligned}$$

Bagi BF , PG dan AC yang juga selari, kita peroleh:

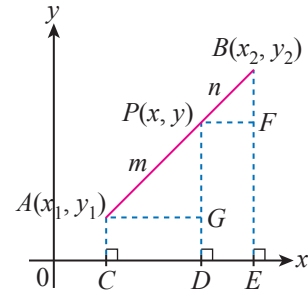
$$\begin{aligned}\frac{PG}{BF} &= \frac{AP}{PB} \\ \frac{y - y_1}{y_2 - y} &= \frac{m}{n} \\ n(y - y_1) &= m(y_2 - y) \\ ny - ny_1 &= my_2 - my \\ my + ny &= ny_1 + my_2 \\ y(m + n) &= ny_1 + my_2 \\ y &= \frac{ny_1 + my_2}{m + n}\end{aligned}$$

Maka, koordinat titik $P(x, y)$ yang membahagi tembereng garis yang menyambungkan titik $A(x_1, y_1)$ dan titik $B(x_2, y_2)$ dengan nisbah $m : n$ ialah:

$$P(x, y) = \left(\frac{nx_1 + mx_2}{m + n}, \frac{ny_1 + my_2}{m + n} \right)$$

Apakah yang akan berlaku apabila $m = n$? Apabila $m = n$, P akan menjadi titik tengah bagi tembereng garis AB dan diwakili oleh M .

$$\begin{aligned}M &= \left(\frac{mx_1 + mx_2}{m + m}, \frac{my_1 + my_2}{m + m} \right) \\ &= \left(\frac{m(x_1 + x_2)}{2m}, \frac{m(y_1 + y_2)}{2m} \right) \\ &= \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)\end{aligned}$$



Rajah 7.1

QR

Kaedah lain untuk menerbitkan rumus pembahagi tembereng garis pada satah Cartes.



bit.ly/2VMMIBf

SUMBANG SARAN

Dengan menggunakan Teorem Pythagoras, tunjukkan bahawa panjang tembereng garis AB yang diwakili oleh d dalam Rajah 7.1 ialah

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Contoh 2

- (a) Koordinat titik A dan B masing-masing ialah $(-5, -2)$ dan $(5, 8)$. Jika titik P membahagi tembereng garis AB dengan nisbah $3 : 2$, cari koordinat titik P .
- (b) Titik $A(-7, 3)$, $P(5, -3)$, B dan M terletak pada satu garis lurus. Diberi P membahagi tembereng garis AB dengan nisbah $3 : 1$ dan M ialah titik tengah bagi AB . Cari
- koordinat B ,
 - koordinat M .

Penyelesaian

- (a) $P(x, y)$ ialah titik yang membahagikan AB dengan nisbah $3 : 2$. Jadi,

$$\begin{aligned} \text{koordinat-}x \text{ bagi } P, x &= \frac{2(-5) + 3(5)}{3 + 2} \\ &= \frac{-10 + 15}{5} \end{aligned}$$

$$= \frac{5}{5}$$

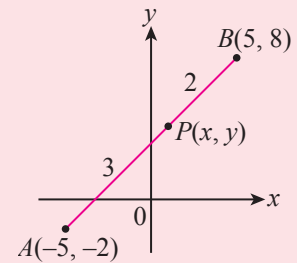
$$= 1$$

$$\begin{aligned} \text{koordinat-}y \text{ bagi } P, y &= \frac{2(-2) + 3(8)}{3 + 2} \\ &= \frac{-4 + 24}{5} \end{aligned}$$

$$= \frac{20}{5}$$

$$= 4$$

Maka, koordinat titik P ialah $(1, 4)$.



- (b) (i) B ialah (x, y) dan $P(5, -3)$ membahagi AB dalam nisbah $3 : 1$. Jadi, koordinat- x bagi $P = 5$

$$\frac{1(-7) + 3x}{3 + 1} = 5$$

$$3x - 7 = 20$$

$$3x = 27$$

$$= 9$$

koordinat- y bagi $P = -3$

$$\frac{1(3) + 3y}{3 + 1} = -3$$

$$3 + 3y = -12$$

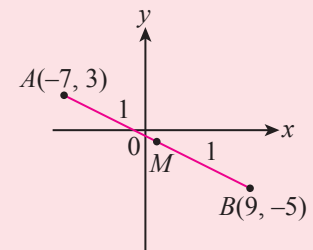
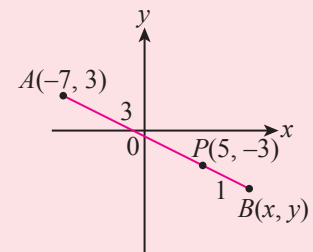
$$3y = -15$$

$$y = -5$$

Maka, koordinat B ialah $(9, -5)$.

- (ii) Titik tengah $AB = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$
- $$= \left(\frac{-7 + 9}{2}, \frac{3 + (-5)}{2} \right)$$
- $$= (1, -1)$$

Maka, koordinat M ialah $(1, -1)$.



Contoh 3

Cari nisbah $AP : PB$ dengan keadaan titik $P(-1, 2)$ membahagi tembereng garis yang menyambungkan titik $A(-2, 1)$ dan titik $B(2, 5)$.

Penyelesaian

Katakan $P(-1, 2)$ membahagi AB dengan nisbah $m : n$ dan koordinat- x bagi P ialah -1 .

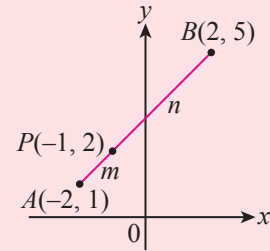
$$\frac{n(-2) + m(2)}{m + n} = -1$$

$$2m - 2n = -m - n$$

$$3m = n$$

$$\frac{m}{n} = \frac{1}{3}$$

Maka, nisbah $AP : PB$ ialah $1 : 3$.



Latih Diri 7.2

- Titik P membahagi tembereng garis yang menyambungkan titik A dan titik B berikut dengan nisbah yang diberi. Cari koordinat titik P .
 - $A(3, 7), B(-7, 2)$ dengan nisbah $3 : 2$.
 - $A(-4, -1), B(2, 5)$ dengan nisbah $2AP : PB$.
 - $A(7, -3), B(-3, 2)$ dengan nisbah $3AP : 2PB$.
- Titik $R(p, t)$ membahagi tembereng garis yang menyambungkan titik $A(2h, h)$ dan $B(2p, 3t)$ dengan nisbah $2 : 3$. Ungkapkan p dalam sebutan t .
- Suatu garis lurus melalui titik $A(-2, -5)$ dan $B(6, 7)$. Titik C membahagi tembereng garis AB dalam nisbah $3 : 1$ dan D pula membahagi AB dalam nisbah $1 : 1$. Cari
 - koordinat C ,
 - koordinat D .
- Titik P membahagi tembereng garis yang menyambungkan titik A dan B dengan nisbah $AP : PB$. Cari nisbah $AP : PB$ dan nilai k bagi setiap yang berikut.
 - $A(1, k), B(-5, 10)$ dan $P(-1, 2)$
 - $A(1, 2), B(k, 6)$ dan $P(3, 4)$
 - $A(k, 3), B(2, 8)$ dan $P(6, 4)$
 - $A(-3, -2), B(2, 8)$ dan $P(-1, k)$



Menyelesaikan masalah yang melibatkan pembahagi tembereng garis

Contoh 4

APLIKASI MATEMATIK

Seekor labah-labah berada pada kedudukan $E(-7, -5)$ pada sehelai kertas graf dan menuju ke arah titik $G(13, 5)$ di sepanjang suatu garis lurus dengan halaju sekata. Labah-labah itu berada di titik P selepas 18 saat perjalanannya dan tiba di titik G dalam masa 1 minit. Tentukan

- koordinat titik P ,
- nisbah $EQ : QG$ apabila labah-labah itu berada di titik $Q(11, 4)$ di atas garis lurus itu.

Penyelesaian

1. Memahami masalah

- ◆ Kedudukan asal labah-labah ialah di $E(-7, -5)$. Labah-labah itu tiba di titik $G(13, 5)$ dalam masa 1 minit (60 saat).
- ◆ Cari koordinat P selepas 18 saat perjalanannya.
- ◆ Cari nisbah $EQ : QG$ apabila labah-labah itu berada di titik $Q(11, 4)$.

2. Merancang strategi

- ◆ Cari nisbah $EP : PG$ terlebih dahulu dan gunakan rumus pembahagi tembereng garis, $P(x, y) = \left(\frac{nx_1 + mx_2}{m + n}, \frac{ny_1 + my_2}{m + n} \right)$ untuk menentukan koordinat P .
- ◆ Gunakan rumus $\left(\frac{nx_1 + mx_2}{m + n}, \frac{ny_1 + my_2}{m + n} \right)$ sekali lagi untuk menentukan nisbah $EQ : QG$.

3. Melaksanakan strategi

- (a) $P(x, y)$ ialah titik labah-labah itu berada selepas 18 saat perjalanannya.

Nisbah $EP : EG$ ialah $18 : 60 = 3 : 10$, jadi nisbah $EP : PG = 3 : 7$.

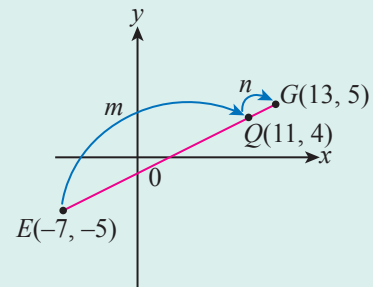
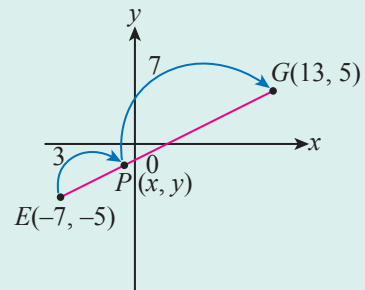
$$\begin{aligned} P(x, y) &= \left(\frac{nx_1 + mx_2}{m + n}, \frac{ny_1 + my_2}{m + n} \right) \\ &= \left(\frac{7(-7) + 3(13)}{3 + 7}, \frac{7(-5) + 3(5)}{3 + 7} \right) \\ &= \left(\frac{-10}{10}, \frac{-20}{10} \right) \\ &= (-1, -2) \end{aligned}$$

Maka, koordinat P ialah $(-1, -2)$.

- (b) Katakan $Q(11, 4)$ membahagi EG dengan nisbah $m : n$.
Koordinat- y bagi Q ialah 4,

$$\begin{aligned} \frac{n(-5) + m(5)}{m + n} &= 4 \\ 5m - 5n &= 4m + 4n \\ m &= 9n \\ \frac{m}{n} &= \frac{9}{1} \end{aligned}$$

Maka, nisbah $EQ : QG$ ialah $9 : 1$.



4. Membuat refleksi

$$\begin{aligned} \text{(a) } EP &= \sqrt{(-1 - (-7))^2 + (-2 - (-5))^2} \\ &= \sqrt{6^2 + 3^2} \\ &= \sqrt{45} \\ &= 3\sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} PG &= \sqrt{(13 - (-1))^2 + (5 - (-2))^2} \\ &= \sqrt{14^2 + 7^2} \\ &= \sqrt{245} \\ &= 7\sqrt{5} \end{aligned}$$

Maka, nisbah $EP : PG = 3\sqrt{5} : 7\sqrt{5} = 3 : 7$.

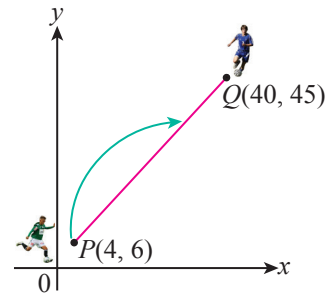
$$\begin{aligned} \text{(b) } EQ &= \sqrt{(11 - (-7))^2 + (4 - (-5))^2} \\ &= \sqrt{18^2 + 9^2} \\ &= \sqrt{405} \\ &= 9\sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} QG &= \sqrt{(13 - 11)^2 + (5 - 4)^2} \\ &= \sqrt{2^2 + 1^2} \\ &= \sqrt{5} \end{aligned}$$

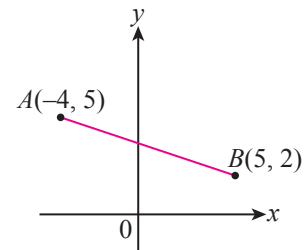
Maka, nisbah $EQ : QG = 9\sqrt{5} : \sqrt{5} = 9 : 1$.

Latih Diri 7.3

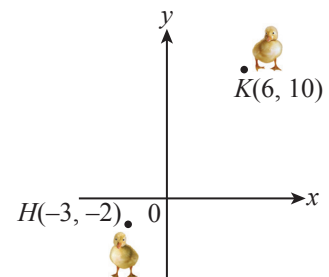
- Rajah di sebelah menunjukkan kedudukan dua orang pemain bola sepak, P dan Q . Koordinat bagi pemain P dan Q masing-masing ialah $(4, 6)$ dan $(40, 45)$. Pemain P ingin menendang bola kepada pemain Q tetapi bola itu jatuh di kedudukan $\frac{2}{3}$ di sepanjang garis lurus menuju pemain Q dari pemain P . Tentukan koordinat bola semasa bola itu menyentuh permukaan padang.



- Rajah di sebelah menunjukkan pelan sebatang lebuh raya lurus antara dua buah bandar, A dan B pada suatu satah Cartes. Seorang jurutera ingin membina dua buah rumah rehat antara dua buah bandar itu dengan keadaan kedua-dua buah rumah rehat membahagi lebuh raya kepada tiga bahagian yang sama jaraknya. Tentukan koordinat kedua-dua buah rumah rehat itu.



- Rajah di sebelah menunjukkan kedudukan dua ekor anak itik, H dan K pada suatu satah Cartes. Diberi koordinat anak itik H ialah $(-3, -2)$ dan koordinat anak itik K ialah $(6, 10)$. Kedua-dua anak itik itu berjalan ke arah satu sama lain dengan halaju yang berbeza dan bertemu di titik L . Halaju anak itik H ialah dua kali ganda halaju anak itik K .
 - Nyatakan nisbah $HL : LK$.
 - Cari jarak anak itik K dari titik asalnya apabila anak itik K bertemu dengan anak itik H .

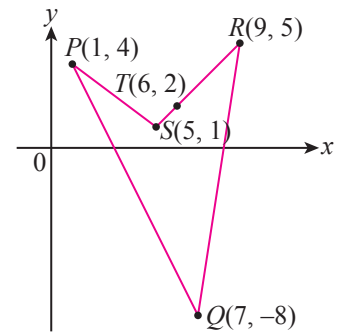


Latihan Intensif 7.1

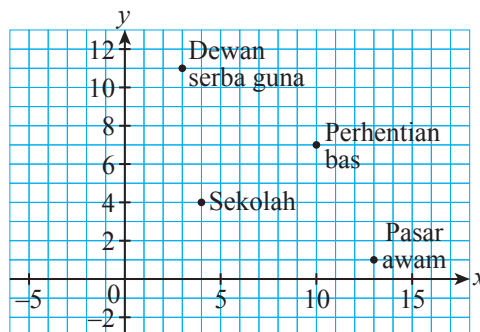
Imbas kod QR atau layari bit.ly/2YbJ3JV untuk kuiz



1. Suatu garis lurus melalui $P(2, 8)$ dan $Q(7, 3)$. Titik R membahagi tembereng garis PQ dengan keadaan $PR = 4QR$. Cari koordinat titik R .
2. Jika suatu titik $R(6, 3)$ membahagi tembereng garis dari $P(4, 5)$ ke $Q(x, y)$ dalam nisbah $2 : 5$, cari
 - (a) koordinat Q ,
 - (b) koordinat titik tengah PQ .
3. Titik $C(1, 4)$ membahagi garis lurus yang menyambungkan titik $A(-3, 6)$ dan $B(h, k)$ dengan nisbah $2 : 3$. Cari nilai h dan nilai k .
4. Titik-titik $A(4r, r)$, $B(e, f)$ dan $C(3e, 4f)$ terletak pada suatu garis lurus. B membahagi garis lurus AC dengan nisbah $3 : 4$. Ungkapkan e dalam sebutan f .
5. Rajah di sebelah menunjukkan sebuah sisi empat $PQRS$ dengan bucu-bucunya ialah $P(1, 4)$, $Q(7, -8)$, $R(9, 5)$ dan $S(5, 1)$. Titik $T(6, 2)$ terletak di atas garis lurus RS . Cari
 - (a) koordinat titik U yang membahagi sisi PQ dengan nisbah $2 : 1$,
 - (b) koordinat titik tengah sisi QR ,
 - (c) nisbah $RT : TS$,
 - (d) panjang sisi PS .



6. Titik $P(k, 2)$ membahagi suatu garis lurus yang menyambungkan titik $A(-2, 1)$ dan $B(2, 5)$ dengan nisbah $m : n$. Cari
 - (a) nisbah $m : n$,
 - (b) nilai k .
7. Rajah di bawah menunjukkan kedudukan dewan serba guna, sekolah, pasar awam dan perhentian bas pada satah Cartes. Rumah Haziq terletak di titik tengah P_1P_2 dengan keadaan P_1 membahagi tembereng garis dari dewan serba guna ke pasar awam dengan nisbah $4 : 1$ manakala P_2 pula membahagi tembereng garis dari sekolah ke perhentian bas dengan nisbah $1 : 2$.



Tentukan titik bagi kedudukan rumah Haziq.

7.2 Garis Lurus Selari dan Garis Lurus Serenjang

Garis selari dan garis serenjang biasa didapati di sekeliling kita. Pelampung yang memisahkan setiap lorong di kolam renang dan struktur sokongan dalam pembinaan adalah beberapa contoh garis selari dan garis serenjang. Apakah contoh lain di sekeliling kita yang berkaitan dengan garis selari dan garis serenjang?



Membuat dan mengesahkan konjektur kecerunan bagi garis lurus selari dan garis lurus serenjang

INKUIRI 2

Berkumpulan PAK-21

Tujuan: Membuat dan mengesahkan konjektur bagi hubungan antara kecerunan dua garis selari dan kecerunan dua garis serenjang

Arahan:

1. Bentukkan dua kumpulan dan setiap kumpulan memilih satu aktiviti.

AKTIVITI 1

1. Dengan menggunakan perisian *GeoGebra*, lukis garis lurus L_1 dan garis lurus L_2 yang selari antara sama lain pada satah Cartes.
2. Catatkan kecerunan bagi garis lurus L_1 dan L_2 .
3. Gerakkan garis lurus L_1 atau L_2 dan perhatikan perubahan dalam kecerunan L_1 dan L_2 .
4. Apakah yang dapat anda katakan tentang hubungan antara kecerunan bagi garis lurus L_1 dan L_2 itu?
5. Ukur sudut yang terbentuk antara garis lurus L_1 dan L_2 masing-masing dengan arah positif paksi-x. Apakah yang dapat anda perhatikan pada kedua-dua sudut itu? Jelaskan.
6. Bersama-sama ahli kumpulan, sahkan hubungan yang anda peroleh dalam Langkah 4 daripada keputusan yang anda peroleh dalam Langkah 5.

AKTIVITI 2

1. Dengan menggunakan perisian *GeoGebra*, lukis garis lurus L_1 dan garis lurus L_2 yang berserenjang antara satu sama lain pada satah Cartes.
2. Catatkan kecerunan L_1 dan L_2 dan tentukan hasil darab kecerunan L_1 dan L_2 .
3. Gerakkan garis Lurus L_1 atau L_2 dan perhatikan perubahan dalam kecerunan L_1 dan L_2 serta hasil darab kecerunannya.
4. Apakah yang dapat anda katakan tentang hubungan antara kecerunan bagi L_1 dan L_2 itu?
5. Ukur θ_1 dan θ_2 , iaitu sudut yang terbentuk antara garis lurus L_1 dan L_2 masing-masing dengan arah positif paksi-x. Seterusnya, tentukan hasil darab $\tan \theta_1$ dan $\tan \theta_2$.
6. Apakah hubungan antara $\tan \theta_1$ dan $\tan \theta_2$? Jelaskan.
7. Bersama-sama ahli kumpulan, sahkan hubungan yang anda peroleh dalam Langkah 4 dengan keputusan yang anda peroleh dalam langkah 6.

2. Setiap kumpulan melantik seorang wakil untuk membuat pembentangan mengenai hasil dapatan masing-masing di hadapan kelas.

Kita telah mempelajari bahawa kecerunan, m , bagi suatu garis lurus L yang melalui titik $A(x_1, y_1)$ dan titik $B(x_2, y_2)$ diberi oleh rumus:

$$\text{Kecerunan, } m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Seperti yang ditunjukkan dalam rajah di sebelah, dalam ΔABC ,

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{BC}{AC}$$

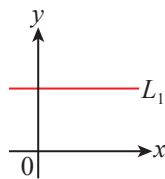
$$m = \tan \theta$$

Jadi, definisi kecerunan, m , bagi suatu garis lurus ialah:

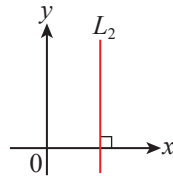
$$m = \tan \theta$$

dengan θ ialah sudut yang terbentuk bagi suatu garis lurus dengan arah positif paksi- x dan $0^\circ \leq \theta < 180^\circ$.

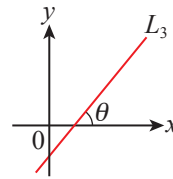
Rajah berikut menunjukkan kecerunan bagi suatu garis lurus L berubah apabila θ meningkat dari 0° kepada 180° .



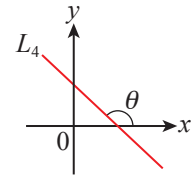
$\theta = 0^\circ$,
 $\tan \theta = \tan 0^\circ$
 $m_{L_1} = 0$



$\theta = 90^\circ$,
 $\tan \theta = \tan 90^\circ$
 m_{L_2} tak tertakrif



$0^\circ < \theta < 90^\circ$,
 $\tan \theta > 0$
 $m_{L_3} > 0$



$90^\circ < \theta < 180^\circ$,
 $\tan \theta < 0$
 $m_{L_4} < 0$

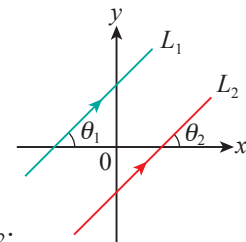
Maka, hasil daripada aktiviti 1 dalam Inkuiri 2, katakan m_1 dan m_2 masing-masing ialah kecerunan bagi garis lurus L_1 dan L_2 . Jika garis lurus L_1 dan L_2 adalah selari, maka

$$\theta_1 = \theta_2 \leftarrow \text{Sudut sepadan, garis //}$$

$$\tan \theta_1 = \tan \theta_2$$

iaitu, $m_1 = m_2$

Sebaliknya, jika $m_1 = m_2$, kita dapati $\theta_1 = \theta_2$ dan L_1 adalah selari dengan L_2 .



Dua garis lurus, L_1 dan L_2 adalah selari antara satu sama lain jika dan hanya jika $m_1 = m_2$.

Hasil daripada aktiviti 2 dalam Inkuiri 2 pula, katakan m_1 dan m_2 masing-masing ialah kecerunan bagi garis lurus L_1 dan L_2 dan $\theta_1 \neq 0$.

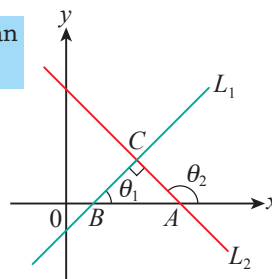
$$\theta_2 = 90^\circ + \theta_1 \leftarrow \text{Sudut peluaran bagi } \Delta$$

$$\tan \theta_2 = \tan (90^\circ + \theta_1)$$

$$\tan \theta_2 = -\frac{1}{\tan \theta_1}$$

$\tan \theta_1 \tan \theta_2 = -1$

iaitu, $m_1 m_2 = -1$



TIP PINTAR

Dalam ΔABC ,
 $\tan \theta_1 = \frac{AC}{BC}$
 $\frac{BC}{AC} = \frac{1}{\tan \theta_1}$
 Jadi, $\tan \theta_2 = -\frac{BC}{AC}$
 $= -\frac{1}{\tan \theta_1}$

Sebaliknya, jika $m_1 m_2 = -1$ kita dapati $\theta_2 = 90^\circ + \theta_1$ dan L_1 berserenjang dengan L_2 .

Dua garis lurus, L_1 dan L_2 adalah berserenjang antara satu sama lain jika dan hanya jika $m_1 m_2 = -1$.

Contoh 5

- (a) Tunjukkan sama ada garis lurus $6x + 9y = 7$ dan $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$ adalah selari atau tidak.
 (b) Garis lurus $y = 4 - \frac{k}{3}x$, dengan keadaan k ialah pemalar adalah selari dengan garis lurus $2x + 3y = 9$. Cari nilai k .

Penyelesaian

- (a) Tulis persamaan $6x + 9y = 7$ dalam bentuk kecerunan.

$$\begin{aligned} 6x + 9y &= 7 \\ 9y &= -6x + 7 \\ y &= -\frac{2}{3}x + \frac{7}{9} \end{aligned} \leftarrow \text{Susun dalam bentuk kecerunan, } y = mx + c$$

Kecerunan, $m_1 = -\frac{2}{3}$

Bagi persamaan garis lurus $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$, \leftarrow Garis lurus bentuk pintasan

$$\begin{aligned} \text{Kecerunan, } m_2 &= -\frac{b}{a} \\ &= -\frac{2}{3} \end{aligned}$$

Oleh sebab kedua-dua garis lurus itu mempunyai kecerunan yang sama, maka kedua-duanya adalah selari.

- (b) $y = 4 - \frac{k}{3}x$

$$y = -\frac{k}{3}x + 4$$

Kecerunan, $m_1 = -\frac{k}{3}$

$$2x + 3y = 9$$

$$3y = -2x + 9$$

$$y = -\frac{2}{3}x + 3 \leftarrow \text{Bentuk kecerunan, } y = mx + c$$

Kecerunan, $m_2 = -\frac{2}{3}$

Oleh sebab kedua-dua garis lurus adalah selari, maka

$$\begin{aligned} m_1 &= m_2 \\ -\frac{k}{3} &= -\frac{2}{3} \\ k &= 2 \end{aligned}$$



- **Bentuk kecerunan**
 $y = mx + c$, dengan m ialah kecerunan dan c ialah pintasan- y .

- **Bentuk pintasan**
 $\frac{x}{a} + \frac{x}{b} = 1$, dengan a dan b masing-masing ialah pintasan- x dan pintasan- y , dan kecerunannya ialah $-\frac{b}{a}$.

Contoh 6

- (a) Tentukan sama ada garis lurus $y - 3x = 5$ dan $3y + x - 12 = 0$ berserenjang atau tidak.
 (b) Bucu-bucu bagi sebuah segi tiga ABC ialah $A(0, -5)$, $B(2, 1)$ dan $C(-7, k)$, dengan keadaan k ialah pemalar. Cari nilai k jika $\angle ABC = 90^\circ$.

Penyelesaian

- (a) Tulis kedua-dua persamaan itu dalam bentuk kecerunan untuk mencari kecerunannya.

$$y - 3x = 5$$

$$y = 3x + 5$$

$$\text{Kecerunan, } m_1 = 3$$

$$3y + x - 12 = 0$$

$$3y = -x + 12$$

$$y = -\frac{1}{3}x + 4$$

$$\text{Kecerunan, } m_2 = -\frac{1}{3}$$

$$\text{Didapati, } m_1 m_2 = 3\left(-\frac{1}{3}\right)$$

$$= -1$$

Maka, garis lurus $y - 3x = 5$ dan $3y + x - 12 = 0$ berserenjang antara satu sama lain.

- (b) Oleh sebab $\angle ABC = 90^\circ$,

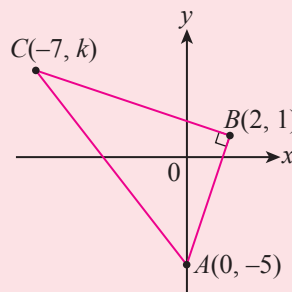
$$m_{AB} m_{BC} = -1$$

$$\left(\frac{1 - (-5)}{2 - 0}\right)\left(\frac{k - 1}{-7 - 2}\right) = -1$$

$$3\left(\frac{k - 1}{-9}\right) = -1$$

$$k - 1 = 3$$

$$k = 4$$

**Cabar Minda**

Adakah teorem Pythagoras boleh digunakan untuk mengesahkan jawapan dalam Contoh 6(b)?

Latih Diri 7.4

1. Tentukan sama ada pasangan garis lurus berikut selari atau serenjang antara satu sama lain.

(a) $2x + 3y = 9$ dan $4x + 6y = 0$

(b) $y = \frac{3}{4}x - 5$ dan $4y - 3x = 12$

(c) $x - 2y = 6$ dan $2x + y = 5$

(d) $2x + 3y = 9$ dan $2y = 3x + 10$

2. Pasangan garis lurus berikut adalah selari, dengan keadaan p ialah pemalar. Cari nilai p .

(a) $2y = 10 - x$ dan $y = 3px - 1$

(b) $\frac{x}{3} - \frac{y}{6} = 1$ dan $py = 4x - 6$

3. Pasangan garis lurus berikut adalah berserenjang antara satu sama lain. Cari nilai pemalar k .

(a) $3x + 5y = 15$ dan $5x - ky = 2$

(b) $\frac{x}{3} + \frac{y}{9} = 1$ dan $ky = 2x - 7$

4. Bucu-bucu bagi sebuah segi tiga ABC ialah $A(1, 1)$, $B(-1, 4)$, dan $C(5, a)$. Cari nilai pemalar a jika AB berserenjang dengan BC .



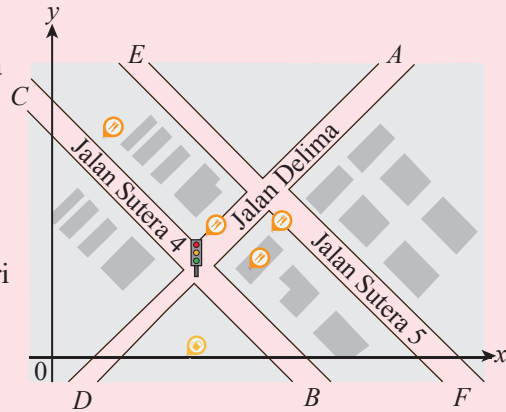
Menyelesaikan masalah melibatkan persamaan garis lurus selari dan garis lurus serenjang

Contoh 7

APLIKASI MATEMATIK

Rajah di sebelah menunjukkan kedudukan jalan raya AD , BC dan EF yang dilukis pada satah Cartes. AD dan BC adalah berserenjang antara satu sama lain yang bertemu di satu persimpangan lampu isyarat manakala BC dan EF adalah selari. Diberi bahawa koordinat A ialah $(18, 16)$ dan $F(20, -1)$ manakala persamaan bagi jalan raya BC ialah $5y + 4x = 70$, cari

- persamaan jalan raya EF ,
- persamaan jalan raya AD ,
- koordinat bagi lampu isyarat itu.



Penyelesaian

1. Memahami masalah

- ◆ Jalan raya AD dan BC adalah berserenjang.
- ◆ Jalan raya BC dan EF adalah selari.
- ◆ Koordinat titik A ialah $(18, 16)$, F ialah $(20, -1)$ dan persamaan jalan raya BC ialah $5y + 4x = 70$.
- ◆ Cari persamaan jalan raya EF dan AD serta koordinat lampu isyarat yang terletak di persimpangan jalan raya AD dan BC .

2. Merancang strategi

- ◆ Tulis persamaan $5y + 4x = 70$ dalam bentuk kecerunan untuk menentukan kecerunannya, m_1 .
- ◆ Gunakan $m_1 = m_2$ untuk mencari kecerunan bagi jalan raya EF .
- ◆ Gunakan rumus $m_1 m_2 = -1$ untuk mencari kecerunan bagi jalan raya AD .
- ◆ Gunakan rumus $y - y_1 = m(x - x_1)$ untuk mencari persamaan jalan raya EF dan AD .
- ◆ Selesaikan persamaan $5y + 4x = 70$ dan persamaan AD secara serentak untuk mencari koordinat bagi lampu isyarat.

3. Melaksanakan strategi

(a) $5y + 4x = 70$
 $5y = -4x + 70$
 $y = -\frac{4}{5}x + 14$

Kecerunan, $m_1 = -\frac{4}{5}$, maka kecerunan EF yang selari dengan BC ialah $-\frac{4}{5}$.

Persamaan jalan raya EF yang melalui titik $F(20, -1)$ ialah

$$y - (-1) = -\frac{4}{5}(x - 20)$$

$$5y + 5 = -4x + 80$$

$$5y + 4x = 75$$

(b) Kecerunan, $m_1 = -\frac{4}{5}$, maka kecerunan jalan raya AD , m_2 yang berserenjang ialah

$$-\frac{4}{5}m_2 = -1$$

$$m_2 = \frac{5}{4}$$

Persamaan jalan raya AD yang melalui titik $A(18, 16)$ ialah

$$y - 16 = \frac{5}{4}(x - 18)$$

$$4y - 64 = 5x - 90$$

$$4y - 5x = -26$$

(c) Persamaan BC : $5y + 4x = 70 \quad \dots \textcircled{1}$

Persamaan AD : $4y - 5x = -26 \quad \dots \textcircled{2}$

$\textcircled{1} \times \textcircled{5}$: $25y + 20x = 350 \quad \dots \textcircled{3}$

$\textcircled{2} \times \textcircled{4}$: $16y - 20x = -104 \quad \dots \textcircled{4}$

$\textcircled{3} + \textcircled{4}$: $41y = 246$
 $y = 6$

Gantikan $y = 6$ dalam (1).

$$5(6) + 4x = 70$$

$$30 + 4x = 70$$

$$4x = 40$$

$$x = 10$$

Maka, koordinat bagi lampu isyarat ialah $(10, 6)$.

4. Membuat refleksi

Gantikan titik $F(20, -1)$ dalam persamaan $5y + 4x = 75$.

$$\begin{aligned} \text{Sebelah kiri} &= 5(-1) + 4(20) \\ &= 75 \\ &= \text{sebelah kanan} \end{aligned}$$

Maka, $5y + 4x = 75$ ialah persamaan bagi jalan raya EF .

Gantikan titik $A(18, 16)$ dalam persamaan $4y - 5x = -26$.

$$\begin{aligned} \text{Sebelah kiri} &= 4(16) - 5(18) \\ &= -26 \\ &= \text{sebelah kanan} \end{aligned}$$

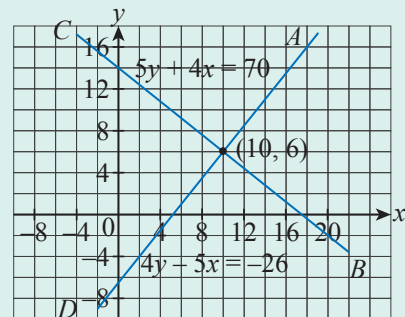
Maka, $4y - 5x = -26$ ialah persamaan bagi jalan raya AD .

Daripada graf di sebelah, koordinat bagi lampu isyarat ialah $(10, 6)$.



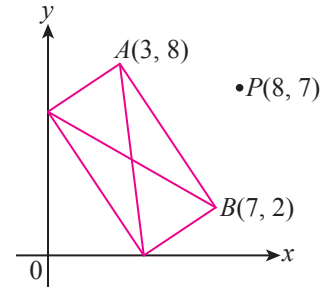
IMBAS KEMBALI

Persamaan garis lurus dengan kecerunan m dan melalui titik (x_1, y_1) ialah $y - y_1 = m(x - x_1)$



Latih Diri 7.5

- Dalam rajah di sebelah, jejari AB bagi sebuah roda Ferris berserenjang dengan garis tangen kepada bulatan di titik $B(8, 12)$. Persamaan tangen kepada bulatan itu di titik B diberi sebagai $3x + 2y = 48$. Cari persamaan bagi jejari, AB , roda Ferris itu.
- Rajah di sebelah menunjukkan pelan sebuah bangsal berbentuk segi empat tepat dilukis di atas satah Cartes. Sebatang paip yang paling pendek akan disambung dari paip utama di titik $P(8, 7)$ ke bangsal. Cari
 - koordinat titik paip yang disambung di bangsal,
 - panjang longkang yang perlu dibuat untuk menanam paip itu ke bangsal.

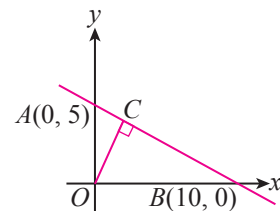


Latihan Intensif 7.2

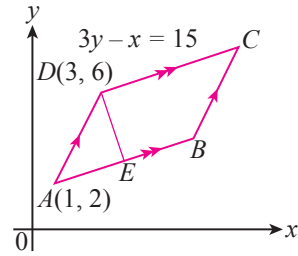
Imbas kod QR atau layari bit.ly/2YsKN0N untuk kuiz



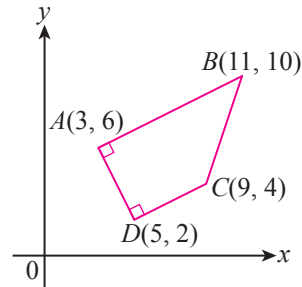
- Untuk setiap yang berikut, tentukan sama ada garis AB dan CD adalah selari atau berserenjang antara satu sama lain.
 - $A(6, 2), B(3, 4), C(3, -1), D(-3, 3)$
 - $A(4, -3), B(-3, 4), C(1, 4), D(-2, 1)$
- Diberi $A(1, 2), B(6, 8)$ dan $C(12, k)$ ialah bucu-bucu sebuah segi tiga, dengan keadaan $\angle ABC = 90^\circ$, cari nilai k .
- Diberi $P(7, 3), Q(2, 2)$ dan $R(-1, 4)$. Cari
 - persamaan garis lurus yang melalui titik P dan selari dengan QR ,
 - persamaan garis lurus yang melalui titik R dan berserenjang dengan QR .
 Seterusnya, cari koordinat S dengan keadaan kedua-dua garis itu bersilang.
- Koordinat bagi tiga titik ialah $P(-1, -6), Q(3, -12)$ dan $R(e, 6)$. Cari nilai pemalar e jika
 - P, Q dan R adalah segaris,
 - PQ adalah berserenjang dengan PR .
- Diberi empat titik, $P(-6, 1), Q(1, -2), R(0, 5)$ dan $S(-3, h)$. Jika PQ berserenjang dengan RS , cari nilai pemalar h .
- Dalam rajah di sebelah, OC berserenjang dari asalan O ke garis lurus AB , dengan keadaan titik A ialah $(0, 5)$ dan titik B ialah $(10, 0)$. Cari
 - persamaan garis lurus AB dan OC ,
 - koordinat C dan jarak OC .



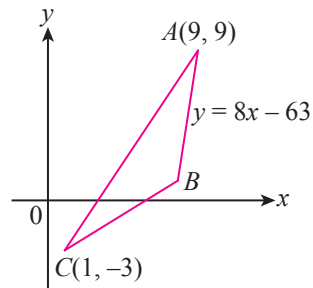
7. Rajah di sebelah menunjukkan sebuah segi empat selari $ABCD$. Titik A dan D masing-masing ialah $(1, 2)$ dan $(3, 6)$. Persamaan bagi garis lurus DC ialah $3y - x = 15$. DE ialah pembahagi dua sama serenjang bagi AB . Cari
- persamaan AB dan DE ,
 - koordinat E dan B .



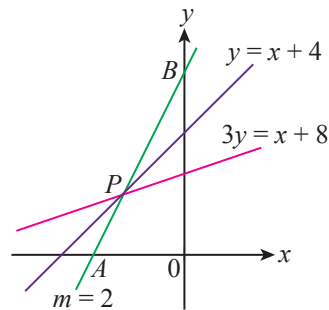
8. Rajah di sebelah menunjukkan sebuah trapezium $ABCD$. Koordinat A, B, C dan D masing-masing ialah $A(3, 6)$, $B(11, 10)$, $C(9, 4)$ dan $D(5, 2)$.
- Tentukan pasangan garis lurus selari dan serenjang.
 - Cari persamaan garis lurus AB .
 - Satu garis lurus melalui titik C dan berserenjang dengan AB . Cari persamaan garis lurus tersebut. Tunjukkan bahawa garis lurus tersebut melalui titik tengah AB .



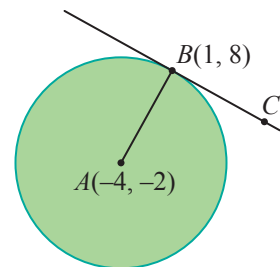
9. Rajah di sebelah menunjukkan sebuah segi tiga ABC , dengan keadaan $A(9, 9)$ dan $C(1, -3)$. Titik B terletak di atas pembahagi dua sama serenjang AC dan persamaan bagi garis lurus AB ialah $y = 8x - 63$.
- Cari
 - persamaan pembahagi dua sama serenjang AC ,
 - koordinat B .
 - Titik D terletak pada rajah dengan keadaan $ABCD$ ialah rombus.
 - Cari koordinat D .
 - Tunjukkan bahawa $AC = 2BD$.



10. Dalam rajah di sebelah, dua garis lurus, $y = x + 4$ dan $3y = x + 8$ bersilang di titik P . Garis lurus yang melalui titik P dengan kecerunan 2 bertemu paksi- x dan paksi- y masing-masing di titik A dan titik B . Tunjukkan bahawa
- koordinat P ialah $(-2, 2)$,
 - persamaan garis lurus yang melalui titik P dan berserenjang dengan garis lurus AB ialah $2y + x = 2$,
 - koordinat A ialah $(-3, 0)$ dan koordinat B ialah $(0, 6)$,
 - nisbah $\frac{AP}{PB}$ ialah $\frac{1}{2}$.



11. Dalam rajah di sebelah, BC ialah tangen kepada bulatan berpusat $A(-4, -2)$ di titik $B(1, 8)$. Cari persamaan garis tangen BC .



7.3 Luas Poligon



Menerbitkan rumus luas segi tiga

Dalam satah Cartes, apabila bucu-bucu suatu poligon diketahui, kita boleh menggunakan rumus untuk mencari luasnya. Ikuti penerokaan berikut untuk menerbitkan rumus luas suatu segi tiga apabila koordinat setiap bucunya diketahui.

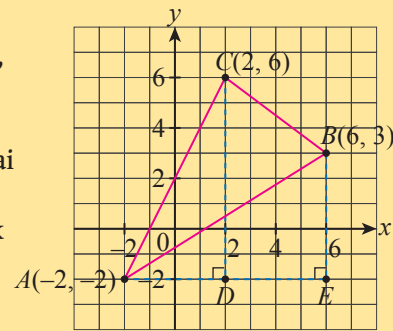
INKUIRI 3

Berkumpulan PAK-21

Tujuan: Menentukan luas segi tiga apabila koordinat setiap bucu diketahui

Arahan:

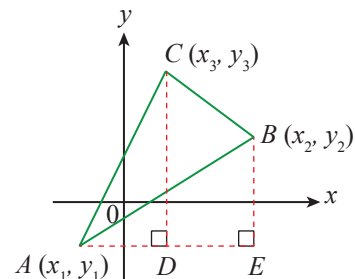
1. Dengan menggunakan perisian *GeoGebra*, lukis sebuah segi tiga dengan bucu-bucu A , B , dan C .
2. Bina garis putus-putus seperti dalam rajah di sebelah.
3. Dengan menggunakan menu arahan dalam perisian itu,
 - (a) cari panjang AD , DE , BE dan CD .
 - (b) cari luas $\triangle ACD$, trapezium $BCDE$ dan $\triangle ABE$.
 - (c) tentukan luas $\triangle ABC$ dengan menggunakan nilai-nilai yang diperolehi di (b).
4. Bincang bersama-sama ahli kumpulan anda, cara untuk mendapatkan luas segi tiga itu.
5. Adakah terdapat cara lain untuk menentukan luas segi tiga ABC ?



Hasil daripada Inkuiri 3, kita boleh membuat satu generalisasi tentang cara untuk mencari luas suatu segi tiga dengan menggunakan rumus seperti berikut.

Rajah 7.2 menunjukkan sebuah segi tiga ABC , dengan kedudukan $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ dan $C(x_3, y_3)$ disusun mengikut tertib.

$$\begin{aligned}
 \text{Luas } \triangle ABC &= \text{luas } \triangle ACD + \text{luas trapezium } BCDE - \text{luas } \triangle ABE \\
 &= \left(\frac{1}{2} \times AD \times CD\right) + \left(\frac{1}{2} \times DE \times (BE + CD)\right) - \left(\frac{1}{2} \times AE \times BE\right) \\
 &= \frac{1}{2}(x_3 - x_1)(y_3 - y_1) + \frac{1}{2}(x_2 - x_3)[(y_2 - y_1) + (y_3 - y_1)] \\
 &\quad - \frac{1}{2}(x_2 - x_1)(y_2 - y_1) \\
 &= \frac{1}{2}(x_3y_3 - x_3y_1 - x_1y_3 + x_1y_1 + x_2y_2 - x_2y_1 + x_2y_3 - x_2y_1 - x_3y_2 \\
 &\quad + x_3y_1 - x_3y_3 + x_3y_1 - x_2y_2 + x_2y_1 + x_1y_2 - x_1y_1) \\
 &= \frac{1}{2}(x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_1 - x_2y_1 - x_3y_2 - x_1y_3)
 \end{aligned}$$



Rajah 7.2

Rumus luas ini boleh disusun dan ditulis sebagai:

$$\frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{vmatrix}$$

dengan hasil tambah bagi semua hasil darab dalam arah ↘ diberi tanda positif, iaitu $\frac{1}{2}(x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_1)$ dan hasil tambah bagi semua hasil darab dalam arah ↗ diberi tanda negatif, iaitu $\frac{1}{2}(-x_2y_1 - x_3y_2 - x_1y_3)$.

Maka, rumus bagi luas suatu segi tiga ABC dengan bucu-bucu $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ dan $C(x_3, y_3)$ disusun mengikut tertib boleh ditulis sebagai:

$$\begin{aligned} \text{Luas } \triangle ABC &= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{vmatrix} \\ &= \frac{1}{2} |x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_1 - x_2y_1 - x_3y_2 - x_1y_3| \\ &= \frac{1}{2} |(x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_1) - (x_2y_1 + x_3y_2 + x_1y_3)| \end{aligned}$$

Menentukan luas segi tiga dengan menggunakan rumus

Contoh 8

Cari luas $\triangle ABC$ dengan bucu-bucunya ialah $A(-4, -6)$, $B(5, 3)$ dan $C(2, 8)$.

Penyelesaian

Jika koordinat disusun mengikut tertib arah lawan jam, luas $\triangle ABC$

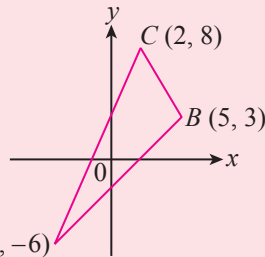
$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -4 & 5 & 2 & -4 \\ -6 & 3 & 8 & -6 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} |(-12 + 40 - 12) - (-30 + 6 - 32)|$$

$$= \frac{1}{2} |72|$$

$$= 36 \text{ unit}^2$$

$A(-4, -6)$



Jika koordinat disusun mengikut tertib arah jam,

$$\text{luas } \triangle ABC = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -4 & 2 & 5 & -4 \\ -6 & 8 & 3 & -6 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} |(-32 + 6 - 30) - (-12 + 40 - 12)|$$

$$= \frac{1}{2} |-72| \leftarrow \text{Ambil nilai mutlak}$$

$$= \frac{1}{2} (72)$$

$$= 36 \text{ unit}^2$$

POKET MATEMATIK

Rumus di sebelah dikenali sebagai algoritma *shoelace* yang hanya digunakan apabila kedudukan bucu berada dalam tertib arah lawan jam. Jika bucu-bucu diambil dalam tertib arah jam, jawapan yang diperoleh adalah bernilai negatif. Dalam kes ini, nilai mutlak perlu digunakan supaya luas bernilai positif. Rumus ini boleh dimulakan dengan memilih mana-mana satu bucu terlebih dahulu.

TIP PINTAR

Sebahagian kuantiti yang kita temui dalam kehidupan harian hanya mempunyai magnitud sahaja, tidak melibatkan arah seperti suhu, jisim, jarak, luas dan isi padu. Misalnya, luas bagi $\triangle ABC$ ialah 36 unit^2 . Maka, 36 unit^2 ialah saiz atau magnitud bagi luas $\triangle ABC$. Kuantiti seperti ini dikenali sebagai kuantiti skalar.

POKET MATEMATIK

Rumus *shoelace* digunakan untuk mencari luas poligon apabila koordinat setiap bucu diketahui. Dua garis mencancang dalam rumus ini dikenali sebagai nilai mutlak yang berfungsi untuk memastikan bahawa ukuran luas sentiasa bernilai positif. Nota penting: Ukuran luas poligon hanya mengambil nilai positif sahaja.

Selain menggunakan rumus *shoelace*, kaedah kotak seperti berikut juga boleh digunakan untuk mencari luas suatu segi tiga dalam Contoh 8.

Langkah 1 Lukis segi empat tepat yang menyentuh setiap bucu segi tiga ABC . Tandakan segi tiga yang terbentuk dalam kotak itu dengan I, II, dan III seperti dalam rajah di sebelah.

Langkah 2 Cari luas segi empat tepat dengan mendarabkan panjang dan lebarnya.

$$\begin{aligned}\text{Luas segi empat tepat} &= 9 \times 14 \\ &= 126 \text{ unit}^2\end{aligned}$$

Langkah 3 Cari luas segi tiga I, II dan III dalam segi empat tepat itu.

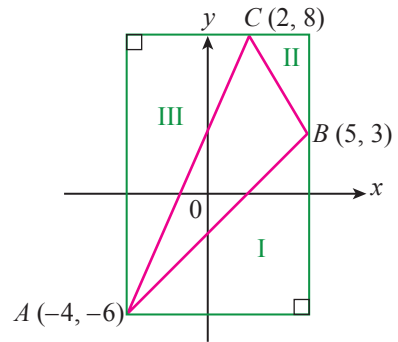
$$\text{Luas segi tiga I} = \frac{1}{2} \times 9 \times 9 = 40\frac{1}{2} \text{ unit}^2$$

$$\text{Luas segi tiga II} = \frac{1}{2} \times 3 \times 5 = 7\frac{1}{2} \text{ unit}^2$$

$$\text{Luas segi tiga III} = \frac{1}{2} \times 6 \times 14 = 42 \text{ unit}^2$$

Langkah 4 Tolakkan setiap luas segi tiga yang diperoleh dalam langkah 3 daripada luas segi empat tepat untuk menentukan luas ΔABC .

$$\begin{aligned}\text{Luas } \Delta ABC &= 126 - 40\frac{1}{2} - 7\frac{1}{2} - 42 \\ &= 36 \text{ unit}^2\end{aligned}$$



SUMBANG SARAN

Apakah yang dapat anda katakan tentang tiga titik $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ dan $C(x_3, y_3)$ jika luas $\Delta ABC = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{vmatrix} = 0$?

Contoh 9

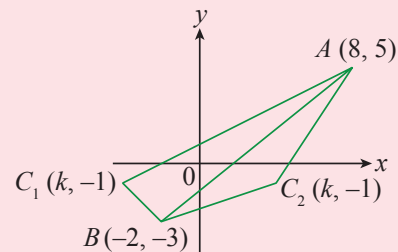
Koordinat bagi bucu-bucu sebuah segi tiga ABC ialah $A(8, 5)$, $B(-2, -3)$ dan $C(k, -1)$. Cari nilai-nilai yang mungkin bagi k jika luas segi tiga ABC ialah 18 unit^2 .

Penyelesaian

Oleh sebab urutan bucu bagi segi tiga ABC tidak diketahui, luasnya mungkin bernilai positif atau negatif.

$$\begin{aligned}\text{Luas } \Delta ABC &= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 8 & -2 & k & 8 \\ 5 & -3 & -1 & 5 \end{vmatrix} \\ 18 &= \frac{1}{2} |(-24 + 2 + 5k) - (-10 - 3k - 8)| \\ \pm 18 &= \frac{1}{2}(8k - 4) \\ \frac{1}{2}(8k - 4) &= -18 \quad \text{atau} \quad \frac{1}{2}(8k - 4) = 18 \\ 8k - 4 &= -36 & 8k - 4 &= 36 \\ 8k &= -32 & 8k &= 40 \\ k &= -4 & k &= 5\end{aligned}$$

Maka, nilai-nilai yang mungkin bagi k ialah -4 dan 5 .



Latih Diri 7.6

- Cari luas segi tiga dengan bucu-bucu yang diberi seperti berikut.
 - $(5, 10), (2, 1), (8, 3)$
 - $(3, 1), (6, 4), (-4, 2)$
 - $(-4, -3), (5, 1), (2, 6)$
- Bucu-bucu P dan Q masing-masing ialah $(3, 4)$ dan $(1, -2)$, dan bucu R terletak pada paksi- x . Cari koordinat R yang mungkin, dengan keadaan luas ΔPQR ialah 10 unit^2 .
- Tunjukkan bahawa titik-titik $(8, 4), (2, 1)$ dan $(-2, -1)$ adalah segaris.
- Titik $E(-2, -1), F(2, p)$ dan $G(10, 5)$ adalah segaris. Cari nilai p .
- Bucu-bucu dan luas bagi ΔABC diberi seperti berikut, Cari nilai-nilai yang mungkin bagi k .
 - $A(-4, -1), B(5, 3), C(-1, k)$; luas $\Delta ABC = 15 \text{ unit}^2$
 - $A(5, k), B(3, 7), C(1, 3)$; luas $\Delta ABC = 10 \text{ unit}^2$
 - $A(1, -2), B(k, 6), C(1, 2)$; luas $\Delta ABC = 12 \text{ unit}^2$
 - $A(3, 0), B(4, k), C(1, 4)$; luas $\Delta ABC = 5 \text{ unit}^2$

**Menentukan luas sisi empat dengan menggunakan rumus**

Pertimbangkan sisi empat $ABCD$ dalam rajah di sebelah, dengan bucu-bucu $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3)$ dan $D(x_4, y_4)$ disusun mengikut tertib.

Luas sisi empat $ABCD$

$$= \text{luas } \Delta ABC + \text{luas } \Delta ACD$$

$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{vmatrix} + \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & x_3 & x_4 & x_1 \\ y_1 & y_3 & y_4 & y_1 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} [(x_1 y_2 + x_2 y_3 + x_3 y_1) - (x_2 y_1 + x_3 y_2 + x_1 y_3)]$$

$$+ \frac{1}{2} [(x_1 y_3 + x_3 y_4 + x_4 y_1) - (x_3 y_1 + x_4 y_3 + x_1 y_4)]$$

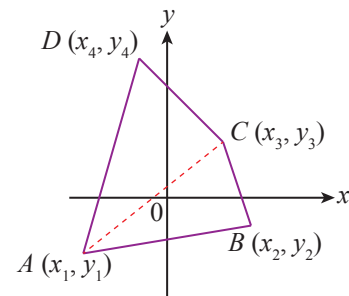
$$= \frac{1}{2} [(x_1 y_2 + x_2 y_3 + x_3 y_4 + x_4 y_1) - (x_2 y_1 + x_3 y_2 + x_4 y_3 + x_1 y_4)]$$

$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_1 \end{vmatrix}$$

Daripada kembangan ungkapan di atas, kita dapati rumus yang diperolehi adalah serupa dengan rumus untuk luas segi tiga.

Secara amnya, luas sisi empat $ABCD$ dengan bucu-bucu $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3)$ dan $D(x_4, y_4)$ disusun mengikut tertib boleh ditulis sebagai:

$$\begin{aligned} \text{Luas sisi empat } ABCD &= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_1 \end{vmatrix} \\ &= \frac{1}{2} [(x_1 y_2 + x_2 y_3 + x_3 y_4 + x_4 y_1) - (x_2 y_1 + x_3 y_2 + x_4 y_3 + x_1 y_4)] \end{aligned}$$



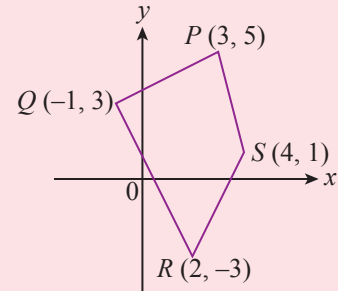
Contoh 10

Cari luas sisi empat $PQRS$ dengan bucu-bucu $P(3, 5)$, $Q(-1, 3)$, $R(2, -3)$ dan $S(4, 1)$.

Penyelesaian

Susun bucu-bucu mengikut tertib:

$$\begin{aligned} \text{Luas sisi empat } PQRS &= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 3 & -1 & 2 & 4 & 3 \\ 5 & 3 & -3 & 1 & 5 \end{vmatrix} \\ &= \frac{1}{2} |(9 + 3 + 2 + 20) - (-5 + 6 - 12 + 3)| \\ &= \frac{1}{2} |42| \\ &= 21 \text{ unit}^2 \end{aligned}$$



Latih Diri 7.7

- Cari luas sisi empat dengan bucu-bucu yang diberi seperti berikut.
 - $(1, 7)$, $(-5, 6)$, $(-2, -4)$ dan $(2, -3)$
 - $(2, 9)$, $(-6, 4)$, $(-1, -3)$ dan $(8, 1)$
 - $(0, 2)$, $(-6, -2)$, $(-3, -5)$ dan $(-1, -3)$
 - $(3, 4)$, $(-2, 0)$, $(2, -4)$ dan $(5, 1)$
- Bucu-bucu sebuah sisi empat $ABCD$ yang disusun mengikut tertib ialah $A(k, 6)$, $B(-2, 1)$, $C(4, 5)$ dan $D(2, 8)$. Jika luas sisi empat $ABCD$ ialah 30 unit^2 , cari nilai k .



Membuat generalisasi tentang rumus luas poligon

Idea untuk mencari luas segi tiga boleh digunakan untuk membuktikan bahawa luas suatu poligon n -sisi dengan bucu-bucu $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$, $D(x_4, y_4)$, ..., $N(x_n, y_n)$ adalah seperti berikut.

Luas poligon

$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & \dots & x_n & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & \dots & y_n & y_1 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} [(\text{hasil tambah bagi semua hasil darab } \rightarrow) - (\text{hasil tambah bagi semua hasil darab } \leftarrow)]$$

dengan bucu-bucu A, B, C, D, \dots, N disusun mengikut tertib.

Secara amnya, jika bucu-bucu poligon n -sisi $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$, $D(x_4, y_4)$, ..., $N(x_n, y_n)$ disusun mengikut tertib, maka:

$$\text{Luas poligon} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_n & x_1 \\ y_1 & y_2 & \dots & y_n & y_1 \end{vmatrix}$$



Layari Internet untuk meneroka *convex polygon* dan *concave polygon*. Bincang dengan rakan anda sama ada rumus luas poligon boleh digunakan untuk *concave polygon*.

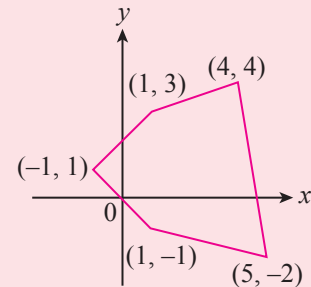
Contoh 11

Cari luas sebuah pentagon dengan bucu-bucunya ialah $(5, -2)$, $(1, -1)$, $(-1, 1)$, $(1, 3)$ dan $(4, 4)$.

Penyelesaian

Dengan memplot bucu-bucu pentagon seperti dalam rajah di sebelah, bucu-bucu yang disusun mengikut tertib ialah $(4, 4)$, $(1, 3)$, $(-1, 1)$, $(1, -1)$ dan $(5, -2)$.

$$\begin{aligned} \text{Luas pentagon} &= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 4 & 1 & -1 & 1 & 5 & 4 \\ 4 & 3 & 1 & -1 & -2 & 4 \end{vmatrix} \\ &= \frac{1}{2} |(12 + 1 + 1 - 2 + 20) - (4 - 3 + 1 - 5 - 8)| \\ &= \frac{1}{2} |43| \\ &= 21\frac{1}{2} \text{ unit}^2 \end{aligned}$$

**Latih Diri 7.8**

1. Sebuah pentagon $ABCDE$ mempunyai bucu-bucu $A(-2, -5)$, $B(3, 2)$, $C(2, 8)$, $D(0, 9)$ dan $E(-3, 1)$. Cari luas pentagon $ABCDE$.
2. Bucu-bucu sebuah heksagon ialah $(0, -1)$, $(-3, -1)$, $(-4, 2)$, $(-2, 6)$, $(1, 5)$ dan $(2, 1)$. Cari luas heksagon tersebut.

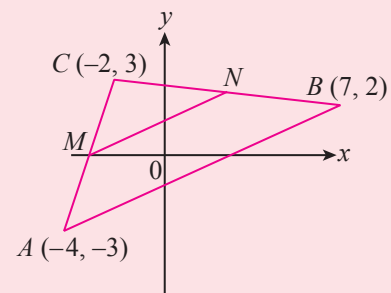
**Menyelesaikan masalah yang melibatkan luas poligon****Contoh 12**

Bucu-bucu bagi sebuah segi tiga ABC ialah $A(-4, -3)$, $B(7, 2)$ dan $C(-2, 3)$. M dan N masing-masing ialah titik tengah bagi sisi AC dan BC . Cari

- (a) koordinat M dan N ,
- (b) nisbah luas segi tiga CMN kepada luas sisi empat $ABNM$.

Penyelesaian

$$\begin{aligned} \text{(a) Koordinat } M &= \left(\frac{-4 + (-2)}{2}, \frac{-3 + 3}{2} \right) \\ &= (-3, 0) \\ \text{Koordinat } N &= \left(\frac{-2 + 7}{2}, \frac{3 + 2}{2} \right) \\ &= \left(\frac{5}{2}, \frac{5}{2} \right) \end{aligned}$$



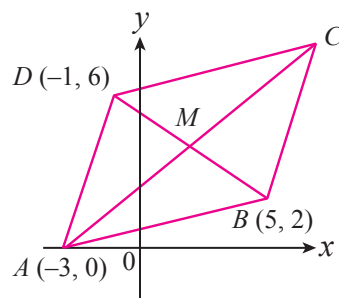
$$\begin{aligned}
 \text{(b) Luas segi tiga } CMN &= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -2 & -3 & \frac{5}{2} & -2 \\ 3 & 0 & \frac{5}{2} & 3 \end{vmatrix} \\
 &= \frac{1}{2} \left| \left(0 - \frac{15}{2} + \frac{15}{2} \right) - (-9 + 0 - 5) \right| \\
 &= \frac{1}{2} |14| \\
 &= 7 \text{ unit}^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Luas sisi empat } ABNM &= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -4 & 7 & \frac{5}{2} & -3 & -4 \\ -3 & 2 & \frac{5}{2} & 0 & -3 \end{vmatrix} \\
 &= \frac{1}{2} \left| \left(-8 + \frac{35}{2} + 0 + 9 \right) - \left(-21 + 5 - \frac{15}{2} + 0 \right) \right| \\
 &= \frac{1}{2} |42| \\
 &= 21 \text{ unit}^2
 \end{aligned}$$

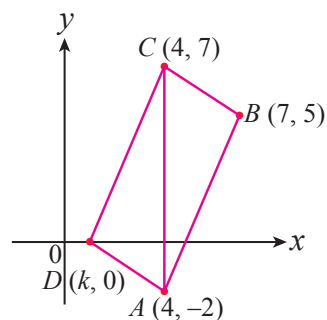
Maka, nisbah luas segi tiga CMN kepada luas sisi empat $ABNM$ ialah $7 : 21 = 1 : 3$.

Latih Diri 7.9

- Dalam rajah di sebelah, titik $A(-3, 0)$, $B(5, 2)$, C dan $D(-1, 6)$ ialah bucu-bucu sebuah segi empat selari $ABCD$. M ialah titik persilangan pepenjuru AC dan BD . Cari
 - koordinat C dan M ,
 - nisbah luas $\triangle ABM$ kepada luas segi empat selari $ABCD$.



- Garis lurus $y = 8 - 2x$ menyalang garis lurus $y = k$, paksi- x dan paksi- y masing-masing di titik P , Q dan R . Diberi bahawa luas bagi $\triangle OPR$ ialah 12 unit^2 , dengan O ialah asalan, cari
 - nilai terkecil k ,
 - koordinat P .
- Dalam rajah di sebelah, $ABCD$ ialah sebuah segi empat selari dengan bucu-bucu $A(4, -2)$, $B(7, 5)$, $C(4, 7)$ dan $D(k, 0)$. Cari
 - luas $\triangle ABC$,
 - nilai k jika luas $\triangle ACD$ sama dengan luas $\triangle ABC$,
 - koordinat E jika $ACBE$ ialah sebuah segi empat selari,
 - luas segi empat selari $ACBE$.

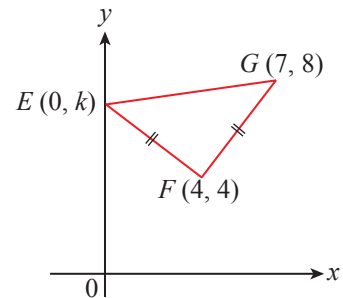


Latihan Intensif 7.3

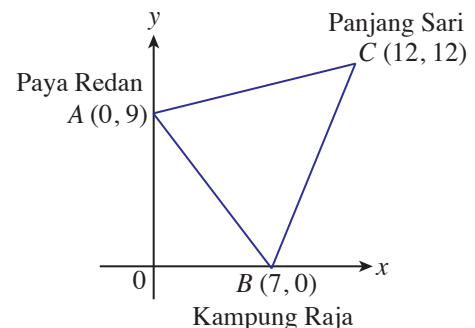
Imbas kod QR atau layari bit.ly/30UAYqQ untuk kuiz



- $ABCD$ ialah sebuah segi empat selari dengan pepenjur-pepenjurunya bertemu di E . Diberi $A(-5, 3)$, $B(0, -2)$ dan $C(3, 5)$, cari
 - koordinat D dan E ,
 - luas segi empat selari $ABCD$.
- $PQRS$ ialah sebuah rombus dengan koordinat $P(3, 3)$, $Q(h, 3)$, $R(-5, -1)$ dan $S(0, k)$. Cari
 - nilai h dan nilai k ,
 - luas rombus $PQRS$.
- Diberi tiga titik, $A(-1, -5)$, $B(2, 1)$ dan $C(6, 9)$,
 - cari luas $\triangle ABC$,
 - berdasarkan jawapan di (a), apakah yang dapat anda katakan tentang titik A , B dan C ?
- Cari luas bagi poligon dengan bucu-bucu $(5, 2)$, $(-1, -3)$, $(2, 6)$, $(3, -2)$, $(-4, 0)$ dan $(-3, 2)$.
- Titik $A(5, -1)$, $B(3, 3)$ dan $C(-6, p)$ ialah bucu-bucu sebuah segi tiga. Cari nilai-nilai p jika luas $\triangle ABC$ ialah 16 unit^2 .
- Diberi tiga titik, $P(2, 2r - 1)$, $Q(r - 1, r + 1)$ dan $R(r + 3, 0)$. Jika titik P , Q dan R terletak di atas satu garis lurus yang sama, cari nilai-nilai yang mungkin bagi r .
- Tiga titik mempunyai koordinat $A(8, a)$, $B(-1, 2)$ dan $C(3, 10)$. Cari nilai a jika
 - A , B dan C adalah segaris,
 - luas $\triangle ABC$ ialah 12 unit^2 .
- Rajah di sebelah menunjukkan sebuah segi tiga sama kaki EFG dengan bucu-bucu $E(0, k)$, $F(4, 4)$ dan $G(7, 8)$. EF dan FG adalah sama panjang.
 - Cari nilai k .
 - H ialah titik di atas garis $y = 11$ dengan keadaan $EH = GH$.
Cari
 - koordinat H ,
 - nisbah luas $\triangle EFG$ kepada luas sisi empat $EFGH$.

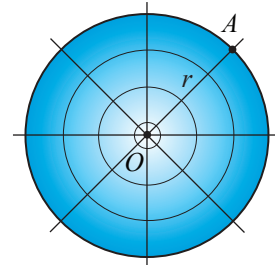


- Titik-titik $O(0, 0)$, $P(m + 1, m - 7)$, $Q(2m + 1, 2m)$ dan $R(m, m + 6)$ adalah bucu-bucu sebuah sisi empat dengan keadaan $m > 0$.
 - Jika luas $OPQR$ ialah $34\frac{1}{2} \text{ unit}^2$, cari nilai m .
 - Seterusnya, cari luas $\triangle OPR$.
- Koordinat bagi tiga stesen LRT, Paya Redan, Kampung Raja dan Panjang Sari masing-masing diwakili oleh titik $A(0, 9)$, $B(7, 0)$ dan $C(12, 12)$, dengan keadaan 1 unit mewakili 100 m. Cari
 - jarak, dalam km, antara stesen LRT Paya Redan dan Kampung Raja.
 - luas sebenar, dalam km^2 , segi tiga yang dicakupi oleh tiga stesen itu.



7.4 Persamaan Lokus

Lokus bagi suatu titik bergerak ialah lintasan yang dilalui oleh titik itu mengikut syarat yang ditetapkan. Misalnya, lintasan yang disurih oleh titik A yang bergerak sebanyak r unit dari titik tetap O dalam radar pesawat di sebuah pusat kawalan lalu lintas udara di sebelah merupakan suatu lokus yang berbentuk bulatan dan boleh diwakili oleh persamaan. Bolehkah anda tentukan persamaan lokus titik bergerak, A yang berbentuk bulatan itu?



Menentukan persamaan lokus

Persamaan lokus bagi suatu titik bergerak yang memenuhi syarat-syarat tertentu boleh ditentukan dengan menggunakan rumus jarak antara dua titik atau rumus lain mengikut syarat yang diberi.

A Lokus suatu titik bergerak dari suatu titik tetap adalah malar

INKUIRI 4 Berkumpulan

Tujuan: Meneroka bentuk dan menentukan persamaan lokus bagi titik bergerak dari suatu titik tetap adalah malar

Arahan:

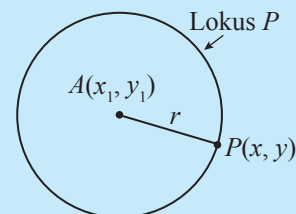
1. Imbas kod QR atau layari pautan di sebelah.
2. Katakan $P(x, y)$ ialah satu titik berjarak r unit dari satu titik tetap $A(x_1, y_1)$ dengan keadaan $r > 0$.
3. Gerakkan titik P dan perhatikan laluan yang disurih oleh titik P .
4. Apakah bentuk lokus titik P yang terhasil?
5. Dengan menggunakan rumus jarak antara dua titik, tulis persamaan bagi bentuk yang terhasil itu dalam sebutan x, y, x_1, y_1 dan r .



ggbm.at/wtjxrkf5

Hasil daripada Inkuiri 4, bentuk lokus titik P yang terhasil merupakan satu bulatan dengan pusat $A(x_1, y_1)$ dan berjajari r unit. Persamaan lokus bagi titik bergerak $P(x, y)$ yang jaraknya sentiasa malar dari satu titik tetap $A(x_1, y_1)$ boleh ditentukan dengan menggunakan rumus jarak seperti berikut:

$$\begin{aligned} PA &= r \\ \sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2} &= r \\ (x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 &= r^2, \text{ dengan keadaan } r > 0 \end{aligned}$$



Contoh 13

Cari persamaan lokus bagi titik bergerak P supaya jaraknya dari titik $A(4, -3)$ ialah 6 unit.

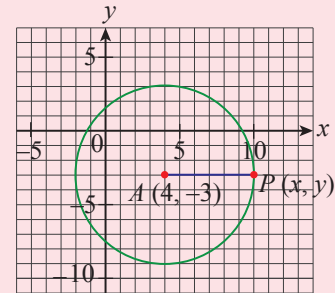
Penyelesaian

Katakan koordinat titik P ialah (x, y) .

Jarak P dari $A = 6$

$$\begin{aligned}\sqrt{(x-4)^2 + [y - (-3)]^2} &= 6 \\ (x-4)^2 + (y+3)^2 &= 36 \leftarrow \text{Kuasa duakan di} \\ x^2 - 8x + 16 + y^2 + 6y + 9 &= 36 \leftarrow \text{kedua-dua belah} \\ x^2 + y^2 - 8x + 6y - 11 &= 0 \leftarrow \text{persamaan}\end{aligned}$$

Maka, persamaan lokus P ialah $x^2 + y^2 - 8x + 6y - 11 = 0$.

**B Nisbah jarak titik bergerak dari dua titik tetap adalah malar****INKUIRI 5****Berkumpulan**

Tujuan: Meneroka bentuk dan menentukan persamaan lokus bagi titik bergerak yang nisbah jaraknya dari dua titik tetap adalah malar



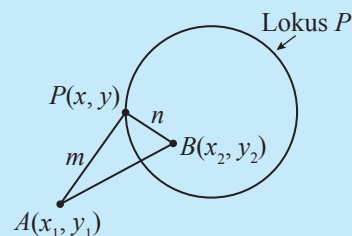
ggbm.at/jdg63efh

Arahan:

1. Imbas kod QR atau layari pautan di sebelah.
2. Katakan $P(x, y)$ ialah titik bergerak dengan keadaan jaraknya dari dua titik tetap $A(x_1, y_1)$ dan $B(x_2, y_2)$ dalam nisbah $m : n$, iaitu $\frac{PA}{PB} = \frac{m}{n}$.
3. Gerakkan titik pada gelongsor ke kiri dan ke kanan supaya nisbah r berubah dan perhatikan bulatan yang terbentuk.
4. Adakah bulatan itu merupakan bentuk lokus bagi titik bergerak P ? Jika ya, bolehkah anda tentukan persamaannya dalam sebutan $x, y, x_1, y_1, x_2, y_2, m$ dan n ?
5. Seterusnya, seret gelongsor r ke kiri sekali lagi supaya nilainya ialah 1 iaitu, $PA : PB = 1 : 1$.
6. Buat satu konjektur tentang bentuk lokus titik bergerak P yang akan terhasil, jika $PA = PB$. Bolehkah anda tentukan persamaannya?

Hasil daripada Inkuiri 5, bentuk lokus titik bergerak P merupakan satu bulatan dan persamaan lokus bagi titik bergerak $P(x, y)$ yang jaraknya sentiasa malar dari dua titik tetap $A(x_1, y_1)$ dan $B(x_2, y_2)$ dalam nisbah $m : n$ boleh ditentukan dengan menggunakan rumus jarak seperti berikut:

$$\begin{aligned}\frac{PA}{PB} &= \frac{m}{n} \\ \frac{\sqrt{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2}}{\sqrt{(x-x_2)^2 + (y-y_2)^2}} &= \frac{m}{n} \\ \frac{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2}{(x-x_2)^2 + (y-y_2)^2} &= \frac{m^2}{n^2}\end{aligned}$$



Apabila $PA : PB = 1 : 1$, iaitu $P(x, y)$ sentiasa berjarak sama dari dua titik tetap $A(x_1, y_1)$ dan $B(x_2, y_2)$, bentuk lokus P ialah pembahagi dua sama serenjang bagi garis AB . Persamaannya ialah:

$$PA = PB$$

$$\sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2} = \sqrt{(x - x_2)^2 + (y - y_2)^2}$$

$$(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 = (x - x_2)^2 + (y - y_2)^2$$

Contoh 14

Titik P bergerak dengan jaraknya dari titik $S(1, 2)$ dan $T(4, -1)$ dalam nisbah $2 : 1$. Cari persamaan lokus bagi titik bergerak P .

Penyelesaian

Katakan $P(x, y)$ ialah titik yang bergerak.

$$\frac{PS}{PT} = \frac{2}{1}$$

$$\frac{\sqrt{(x - 1)^2 + (y - 2)^2}}{\sqrt{(x - 4)^2 + (y + 1)^2}} = \frac{2}{1}$$

← Kuasa duakan kedua-dua belah persamaan

$$\frac{(x - 1)^2 + (y - 2)^2}{(x - 4)^2 + (y + 1)^2} = \frac{4}{1}$$

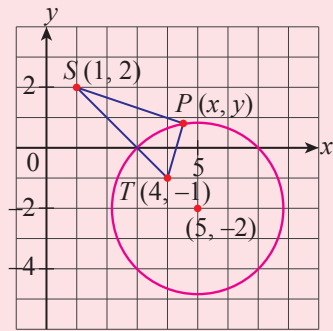
$$x^2 - 2x + 1 + y^2 - 4y + 4 = 4(x^2 - 8x + 16 + y^2 + 2y + 1)$$

$$x^2 + y^2 - 2x - 4y + 5 = 4x^2 + 4y^2 - 32x + 8y + 68$$

$$3x^2 + 3y^2 - 30x + 12y + 63 = 0$$

← Bahagikan setiap sebutan dengan 3

$$x^2 + y^2 - 10x + 4y + 21 = 0$$



Maka, persamaan lokus bagi titik bergerak P ialah $x^2 + y^2 - 10x + 4y + 21 = 0$.

Contoh 15

Cari persamaan lokus bagi titik bergerak Q supaya jaraknya dari titik $A(2, 3)$ dan titik $B(6, 9)$ adalah sama.

Penyelesaian

Katakan $Q(x, y)$ ialah titik yang bergerak.

$$QA = QB$$

$$\sqrt{(x - 2)^2 + (y - 3)^2} = \sqrt{(x - 6)^2 + (y - 9)^2}$$

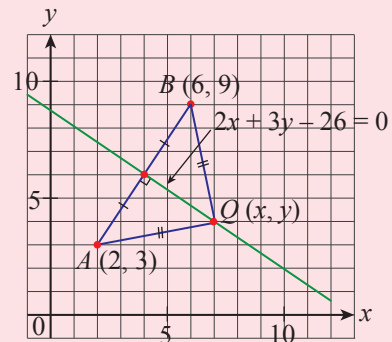
$$(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = (x - 6)^2 + (y - 9)^2$$

$$x^2 - 4x + 4 + y^2 - 6y + 9 = x^2 - 12x + 36 + y^2 - 18y + 81$$

$$8x + 12y - 104 = 0$$

$$2x + 3y - 26 = 0$$

Maka, persamaan lokus bagi titik bergerak Q ialah $2x + 3y - 26 = 0$.

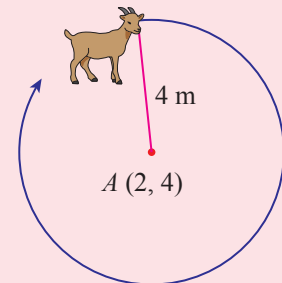


Latih Diri 7.10

- Cari persamaan lokus bagi titik bergerak P supaya jaraknya dari setiap titik berikut ialah 3 unit.
(a) $(0, 0)$ (b) $(2, 3)$ (c) $(-4, 5)$ (d) $(-1, -6)$
- Titik P bergerak dengan keadaan jaraknya sentiasa 5 unit dari $Q(-2, 1)$. Cari persamaan lokus bagi P .
- Cari persamaan lokus bagi titik bergerak P supaya jaraknya dari titik-titik tetap berikut dalam nisbah yang diberikan.
(a) $A(-2, 0), B(4, 0)$; nisbah $1 : 2$ (b) $C(-3, 0), D(2, 5)$; nisbah $1 : 3$
(c) $E(0, 2), F(-2, 4)$; nisbah $3 : 2$ (d) $R(1, 2), S(4, -1)$; nisbah $2 : 1$
- Koordinat titik J dan K masing-masing ialah $(-1, 3)$ dan $(4, 6)$. Titik Q bergerak dengan keadaan $QJ : QK = 2 : 3$. Cari persamaan lokus bagi Q .
- Titik R bergerak supaya jaraknya dari titik $A(6, 0)$ ialah dua kali jaraknya dari titik $B(-3, 0)$. Cari persamaan lokus bagi R .
- Titik P bergerak dalam nisbah $PO : PA = 1 : 4$, dengan O ialah asalan dan koordinat titik A ialah $(2, 0)$. Cari persamaan lokus bagi titik P .
- Cari persamaan lokus bagi titik bergerak P supaya jaraknya dari titik-titik berikut adalah sama.
(a) $A(-2, 0)$ dan $B(0, 4)$ (b) $C(-3, 5)$ dan $D(2, -4)$ (c) $J(2, 3)$ dan $K(6, 8)$

**Menyelesaikan masalah yang melibatkan lokus****Contoh 16****APLIKASI MATEMATIK**

Seekor kambing diikat dengan tali pada sebatang tiang yang terletak di tengah-tengah sebuah padang. Panjang tali yang digunakan ialah 4 meter. Kambing itu berjalan di hujung tali yang tegang mengelilingi tiang seperti dalam rajah. Jika koordinat bagi tiang ialah $A(2, 4)$, cari persamaan lokus bagi laluan kambing itu.

**Penyelesaian****1. Memahami masalah**

- ◆ Seekor kambing diikat dengan tali sepanjang 4 meter di sebatang tiang.
- ◆ Koordinat tiang ialah $A(2, 4)$.
- ◆ Cari persamaan lokus bagi laluan kambing mengelilingi tiang dengan tali yang tegang.

2. Merancang strategi

- ◆ Laluan kambing ialah sebuah bulatan berpusat $A(2, 4)$ dan berjajari 4 meter.
- ◆ Gunakan rumus jarak antara dua titik, $d = \sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2}$ untuk mencari persamaan lokus bagi laluan kambing itu.

3. Melaksanakan strategi

Katakan $P(x, y)$ ialah satu titik yang bergerak di hujung tali pada leher kambing.

$$\begin{aligned} PA &= 4 \\ \sqrt{(x-2)^2 + (y-4)^2} &= 4 \\ (x-2)^2 + (y-4)^2 &= 16 \\ x^2 - 4x + 4 + y^2 - 8y + 16 &= 16 \\ x^2 + y^2 - 4x - 8y + 4 &= 0 \end{aligned}$$

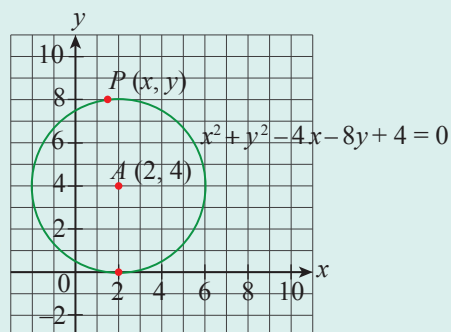
Maka, persamaan lokus bagi titik bergerak P , iaitu laluan kambing mengelilingi tiang dengan tali yang tegang ialah $x^2 + y^2 - 4x - 8y + 4 = 0$.

4. Membuat refleksi

Wakilkan persamaan lokus P pada satah Cartes. Didapati lokus P menyentuh paksi- x pada titik $(2, 0)$.

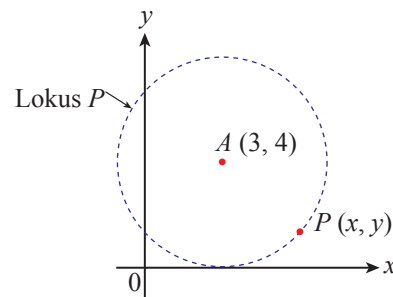
Gantikan $(2, 0)$ ke dalam persamaan lokus P .

$$\begin{aligned} \text{Sebelah kiri} &= 2^2 + 0^2 - 4(2) - 8(0) + 4 \\ &= 0 \\ &= \text{Sebelah kanan} \end{aligned}$$

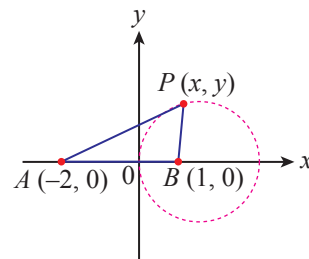


Latih Diri 7.11

- Rajah di sebelah menunjukkan lokus bagi titik bergerak $P(x, y)$ yang menyentuh paksi- x pada satu titik dan berjarak tetap dari titik $A(3, 4)$. Cari persamaan lokus bagi P .



- Titik P bergerak dengan keadaannya sentiasa sama jarak dari titik $Q(8, 7)$ dan titik $R(11, 4)$. Titik S pula bergerak dengan jaraknya dari titik $T(7, 8)$ adalah sentiasa 5 unit. Lokus titik P dan lokus titik S bersilang pada dua titik.
 - Cari persamaan lokus bagi titik P .
 - Tunjukkan bahawa lokus titik S ialah $x^2 + y^2 - 14x - 16y + 88 = 0$.
 - Cari koordinat titik-titik persilangan bagi kedua-dua lokus itu.
- Dalam rajah di sebelah, titik $A(-2, 0)$ dan titik $B(1, 0)$ ialah dua titik tetap. Titik P bergerak di sepanjang bulatan dengan keadaan nisbah $PA : PB = 2 : 1$. Tunjukkan bahawa
 - persamaan bulatan ialah $x^2 + y^2 - 4x = 0$,
 - titik $C(2, 2)$ terletak pada bulatan itu.



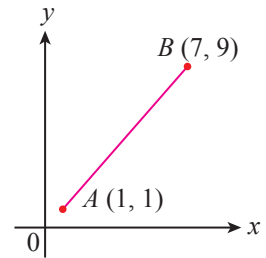
Latihan Intensif 7.4

Imbas kod QR atau layari bit.ly/2Yc8nzD untuk Kuiz



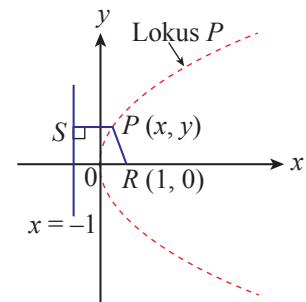
1. Satu titik $R(x, y)$ bergerak supaya jaraknya dari dua titik tetap $A(-1, 10)$ dan $B(2, 6)$ adalah dengan keadaan $\frac{RA}{RB} = \frac{1}{2}$. Cari
 - (a) persamaan bagi lokus R ,
 - (b) koordinat titik bagi lokus R yang menyentuh paksi- y .

2. Rajah di sebelah menunjukkan suatu tembereng garis AB masing-masing dengan koordinat $A(1, 1)$ dan $B(7, 9)$. Cari persamaan lokus bagi titik bergerak S supaya segi tiga ABS sentiasa bersudut tegak di S .

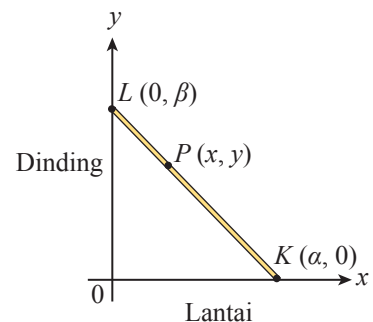


3. Titik Q bergerak di sepanjang lengkok sebuah bulatan berpusat $(6, 5)$. Lengkok bulatan itu melalui titik $R(2, 8)$ dan $S(k, 2)$. Cari
 - (a) persamaan lokus bagi Q ,
 - (b) nilai-nilai k .

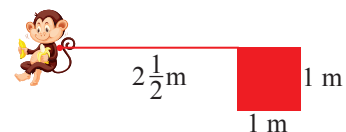
4. Rajah di sebelah menunjukkan lokus bagi titik bergerak P dengan keadaan jaraknya dari titik $R(1, 0)$ dan garis $x = -1$ adalah sama. Cari persamaan lokus bagi titik bergerak P .



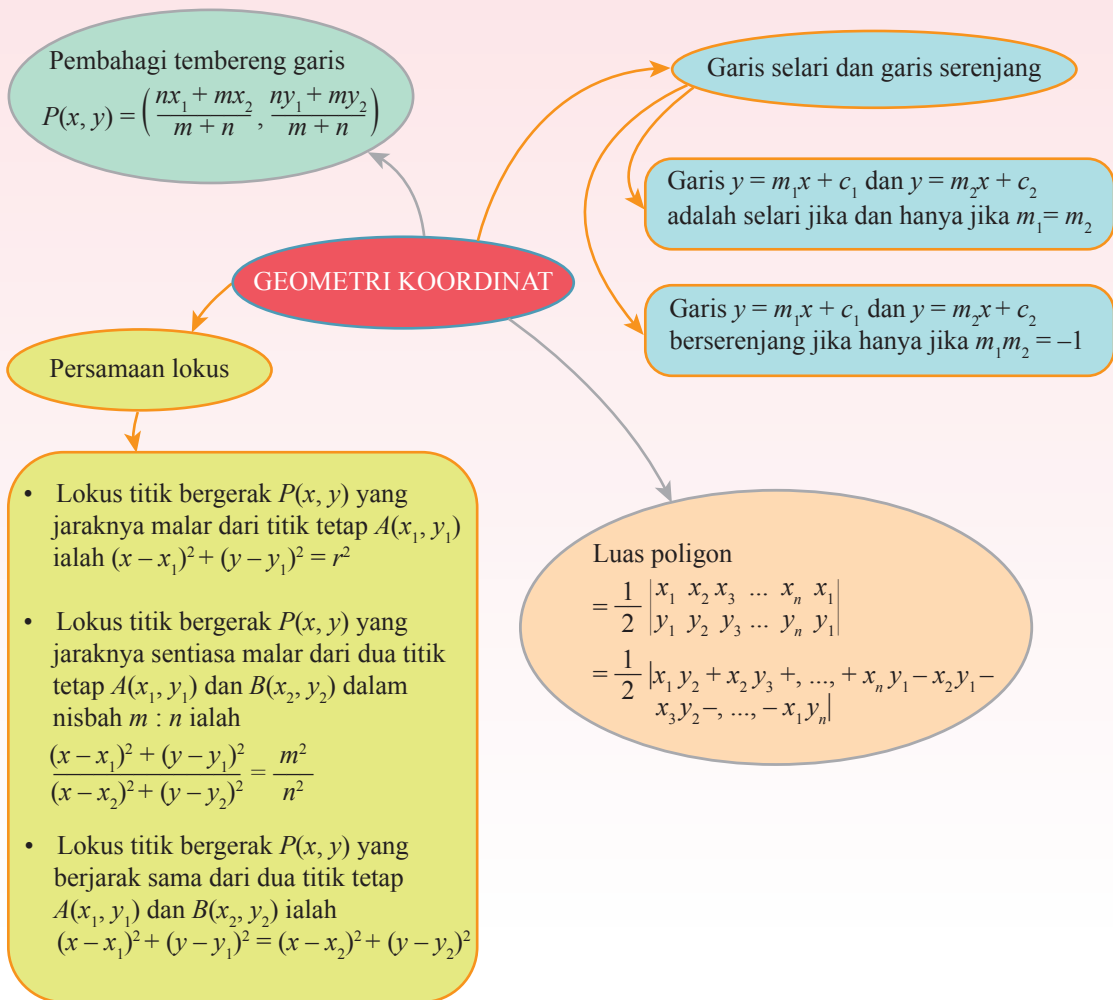
5. Rajah di sebelah menunjukkan paksi- x dan paksi- y yang mewakili lantai dan dinding. Sebatang galah, LK disandarkan pada dinding dengan panjang 9 m menyentuh lantai dan dinding masing-masing pada titik $K(\alpha, 0)$ dan $L(0, \beta)$.
 - (a) Tuliskan persamaan yang menghubungkan α dan β .
 - (b) Diberi $P(x, y)$ ialah satu titik pada galah itu dengan keadaan nisbah $LP : PK = 1 : 2$. Kedua-dua hujung galah itu menggelongsor di sepanjang paksi- x dan paksi- y . Cari persamaan lokus bagi titik P .



6. Seekor monyet diikat dengan seutas tali pada satu bucu sangkarnya yang berukuran $1 \text{ m} \times 1 \text{ m}$. Panjang tali itu ialah $2\frac{1}{2} \text{ m}$. Lakar dan terangkan lokus jika monyet itu bergerak lawan arah jam mengelilingi sangkarnya dengan tali yang tegang.



RUMUSAN BAB 7



BAB 7

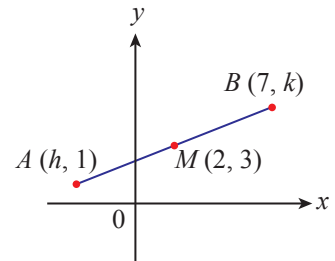
TULIS JURNAL ANDA

Geometri koordinat telah memperkenalkan bentuk am, bentuk kecerunan, bentuk pintasan atau bentuk yang lain dalam mengungkapkan suatu persamaan garis lurus. Apakah kelebihan dalam mengungkapkan persamaan dalam setiap bentuk itu? Bentuk persamaan yang manakah menjadi pilihan anda untuk digunakan? Mengapa?

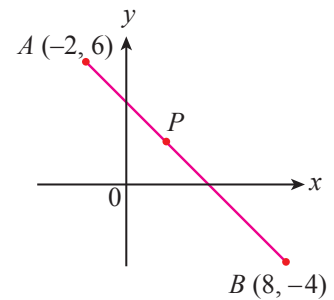


LATIHAN PENGUKUHAN

- Rajah di sebelah menunjukkan suatu garis lurus AB . Titik tengah yang menyambungkan $A(h, 1)$ dan $B(7, k)$ ialah $M(2, 3)$. Cari **TP3**
 - nilai h dan nilai k ,
 - kecerunan garis lurus itu,
 - persamaan pembahagi dua sama serenjang AB .

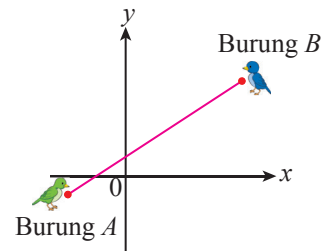


- Diberi suatu garis lurus AB dengan titik $A(-2, 6)$ dan $B(8, -4)$. Titik P terletak di atas AB dengan keadaan $AP : PB = 2 : 3$. Cari **TP3**
 - koordinat titik P ,
 - persamaan garis lurus yang berserenjang dengan AB dan melalui titik P .

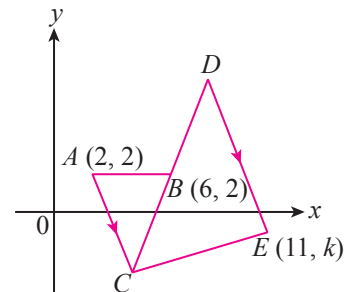


- Diberi tiga titik $P(1, -1)$, $Q(n, 2)$ dan $R(n^2, n + 3)$. Jika titik-titik P, Q dan R terletak pada satu garis lurus yang sama, cari nilai-nilai n yang mungkin. **TP3**
- Diberi dua titik $R(-3, 4)$ dan $S(3, -1)$. Cari koordinat titik T yang mungkin terletak pada paksi-y dengan keadaan luas ΔRST ialah 13.5 unit². **TP3**
- Titik $P(x, y)$ bergerak dengan keadaan jaraknya dari titik $A(2, 0)$ ialah tiga kali jaraknya dari titik $B(-4, 0)$. Cari persamaan lokus bagi titik P . **TP3**

- Rajah di sebelah menunjukkan kedudukan dua ekor burung, A dan B pada satah Cartes. Koordinat bagi burung A dan B masing-masing ialah $(-3, -1)$ dan $(6, 5)$. Kedua-dua burung itu terbang ke arah satu sama lain pada satu garis lurus dengan halaju berbeza. Halaju burung A adalah dua kali ganda halaju burung B . Cari koordinat apabila kedua-dua burung itu bertemu. **TP3**



- Rajah di sebelah menunjukkan segi tiga sama kaki ABC dengan keadaan koordinat A ialah $(2, 2)$, koordinat B ialah $(6, 2)$ dan C terletak di bawah paksi- x . **TP3**
 - Diberi luas bagi ΔABC ialah 10 unit², cari koordinat C .
 - Garis CB dipanjangkan ke titik D supaya B ialah titik tengah CD . Cari koordinat D .
 - Satu garis dilukis dari titik D , selari dengan AC , ke titik $E(11, k)$ dan C disambungkan ke E .
 - Cari nilai k .
 - Tunjukkan bahawa CED bukan segi tiga bersudut tegak.

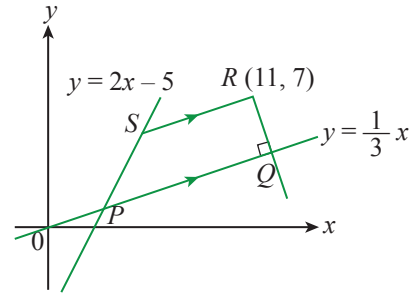


8. Dalam rajah di sebelah, $PQRS$ ialah sebuah trapezium dengan PQ selari dengan SR dan $\angle PQR = 90^\circ$. Koordinat bagi bucu R ialah $(11, 7)$. Persamaan PQ dan PS

masing-masing ialah $y = \frac{1}{3}x$ dan $y = 2x - 5$. Cari **TP4**

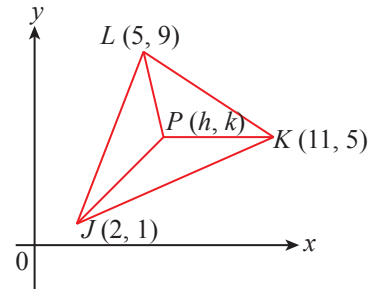
- koordinat P ,
- persamaan QR dan SR ,
- koordinat Q dan S ,
- luas trapezium $PQRS$.

Seterusnya tunjukkan bahawa $\frac{\text{luas } \Delta PQR}{\text{luas } \Delta PRS} = \frac{PQ}{SR}$.



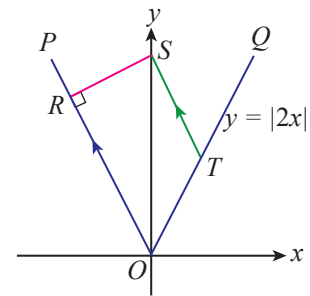
9. Koordinat bagi bucu-bucu sebuah ΔJKL ialah $J(2, 1)$, $K(11, 5)$ dan $L(5, 9)$. Titik $P(h, k)$ berada dalam segi tiga itu dengan keadaan semua luas bagi ΔJKP , ΔKLP dan ΔJLP adalah sama. **TP5**

- Cari luas ΔJKL .
- Ungkapkan luas ΔJKP dan ΔKLP dalam sebutan h dan k .
- Cari koordinat P .
- Cari persamaan garis JP .
- Jika JP dipanjangkan bertemu KL di Q , cari
 - koordinat Q ,
 - nisbah $KQ : QL$.



10. Dalam rajah di sebelah, POQ ialah graf bagi $y = |2x|$. R ialah titik pada OP dengan keadaan $OR = \sqrt{45}$ unit dan O ialah asalan. RS berserenjang dengan OP dan OR selari dengan TS . Cari **TP5**

- koordinat R , S dan T ,
- luas trapezium $ORST$.

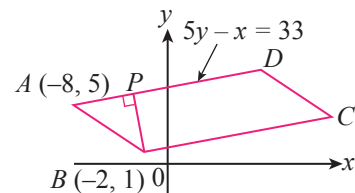


11. $P(h, 8)$ dan $Q(k, 2)$ ialah dua titik pada lengkung $y = \frac{8}{x}$. **TP5**

- Cari nilai h dan nilai k .
- Cari persamaan PQ .
- Dengan menggunakan kaedah koordinat geometri, cari persamaan-persamaan tangen kepada lengkung yang selari dengan PQ .

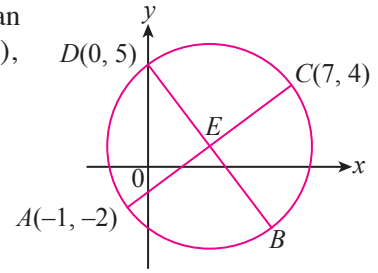
12. Rajah di sebelah menunjukkan sebuah segi empat selari $ABCD$ dengan koordinat A dan B masing-masing ialah $(-8, 5)$ dan $(-2, 1)$. Persamaan AD ialah $5y - x = 33$. P ialah titik pada garis seranjang dari B ke AD dan $AP : PD = 1 : 2$. Cari **TP4**

- persamaan BP ,
- koordinat P , D dan C ,
- luas bagi segi empat selari $ABCD$.





13. Dalam rajah di sebelah, AC dan BD ialah diameter suatu bulatan berpusat E . Titik-titik A , C dan D masing-masing ialah $(-1, -2)$, $(7, 4)$ dan $(0, 5)$. **TP5**
- Cari koordinat E dan B .
 - Apakah jenis sisi empat $ABCD$?



14. Setiap awal bulan, sebuah syarikat penerbitan majalah menjual x naskhah majalah dengan harga RM6.00 senaskhah. Kos bagi senaskhah majalah ialah RM2.00 dan pada setiap awal bulan syarikat itu membayar kos tetap sebanyak RM400 untuk pencetakan, penyimpanan dan penghantaran. **TP5**
- Tuliskan persamaan yang menghubungkan keuntungan P , dalam RM, dengan bilangan naskhah majalah, x , yang terjual.
 - Lukis graf bagi persamaan yang diperoleh. Daripada graf yang dilukis,
 - cari keuntungan yang diperoleh jika 500 naskhah majalah terjual,
 - hitung bilangan naskhah majalah yang terjual jika keuntungan yang diperoleh ialah RM1 000.



15. Bucu-bucu bagi sebuah segi tiga ABC ialah $A(1, 2)$, $B(6, 7)$ dan $C(7, 2)$. Lukis segi tiga ABC dan bina pembahagi dua sama serenjang AB , BC dan CA . Tandakan titik persilangan sebagai P . Apakah yang dapat anda katakan tentang titik persilangan itu? Lukis bulatan berpusat P dan berjejari AP . Apakah yang dapat anda nyatakan tentang bulatan tersebut? Lakukan langkah yang sama bagi segi tiga yang lain untuk mengesahkan jawapan anda. **TP6**

Penerokaan MATEMATIK

- Persamaan $y = mx$ dengan keadaan m ialah kecerunannya, mentakrifkan kumpulan garis, iaitu satu garis untuk setiap nilai m .
 - Dengan menggunakan perisian geometri dinamik, lukiskan graf bagi kumpulan garis apabila kecerunannya sifar, $m = 0$ diikuti kecerunan positif, iaitu $m = \frac{1}{2}$, $m = 1$, $m = 2$ dan $m = 6$, seterusnya kecerunan negatif, iaitu $m = -\frac{1}{2}$, $m = -1$, $m = -2$ dan $m = -6$.
 - Daripada graf yang diperoleh, apakah yang berlaku pada magnitud bagi setiap kecerunan garis itu apabila graf semakin hampir dengan garis mencancang? Bolehkah anda membuat kesimpulan tentang setiap ahli kumpulan garis itu?
- Persamaan $y = 2x + c$ pula mentakrifkan kumpulan garis, iaitu satu garis untuk setiap nilai c .
 - Dengan menggunakan perisian geometri dinamik, lukis graf bagi kumpulan garis apabila $c = -6$, $c = -3$, $c = 0$ dan $c = 6$.
 - Daripada graf yang dilukis, apakah yang dapat anda simpulkan tentang setiap ahli bagi kumpulan garis itu?