

8.1 Vektor



Membanding beza dan mengenal pasti vektor dan skalar

Dalam kehidupan seharian, terdapat pelbagai kuantiti yang mempunyai magnitud dan arah serta kuantiti yang mempunyai magnitud sahaja tanpa mempunyai arah. Kuantiti yang mempunyai magnitud dan arah dikenali sebagai **kuantiti vektor** manakala kuantiti yang hanya mempunyai magnitud sahaja tanpa mempunyai arah dikenali sebagai **kuantiti skalar**.

Teliti dua situasi yang berikut.



Suhu suatu cecair yang diletakkan di dalam peti sejuk ialah -12°C .

Sebuah kereta bergerak di jalan raya ke arah selatan dengan laju 80 km j^{-1} .



Dapatkan anda tentukan situasi manakah yang melibatkan kuantiti vektor dan kuantiti skalar? Bagaimanakah anda dapat mengenal pasti sama ada suatu kuantiti itu ialah kuantiti vektor atau kuantiti skalar?

Jadual berikut menunjukkan contoh kuantiti yang melibatkan vektor dan skalar serta kuantiti yang tidak melibatkan kedua-dua vektor dan skalar.

Vektor	Skalar	Tidak melibatkan vektor dan skalar
50 N daya yang dikenakan ke atas sebuah kotak.	Tinggi Auni ialah 1.48 m.	Tekanan dan ketegangan.
Halaju sebuah kereta ialah 90 km j^{-1} ke arah timur.	Luas sekeping jubin ialah 120 cm^2 .	Kekonduksian logam.



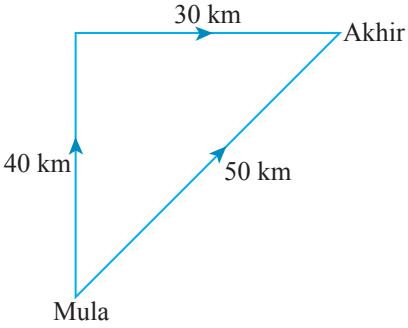

Cabar Minda

Senaraikan beberapa situasi yang melibatkan vektor dan skalar serta beberapa situasi yang tidak melibatkan vektor atau skalar.

SUMBANG SARAN

Kuantiti skalar ialah tensor pada tahap sifar manakala kuantiti vektor ialah tensor pada tahap satu. Layari Internet untuk mengetahui maklumat tentang tensor dan bincangkan dapatan anda.

Dapatkah anda membezakan antara jarak dengan sesaran, laju dengan halaju serta jisim dengan berat? Berikut menunjukkan perbezaan antara kuantiti-kuantiti tersebut.

Kuantiti skalar	Kuantiti vektor	Contoh
<p>Jarak Jumlah panjang lintasan yang dilalui oleh objek dalam suatu gerakan.</p>	<p>Sesaran Panjang tembereng garis lurus paling pendek antara titik awal dengan titik terminal dan melibatkan arah dari satu titik rujukan.</p>	 <p>Sebuah kereta bergerak 40 km ke utara dan 30 km ke timur. $\text{Jarak} = 40 \text{ km} + 30 \text{ km}$ $= 70 \text{ km}$ $\text{Sesaran} = 50 \text{ km}$</p>
<p>Laju Kadar perubahan jarak terhadap masa.</p>	<p>Halaju Kadar perubahan sesaran terhadap masa. Nilainya negatif jika objek bergerak dalam arah bertentangan.</p>	 <p>Haziq bergerak dari A ke B dengan laju dan halaju yang sama, iaitu 90 km j^{-1}. Kemudian, dia berpatah balik dari B ke A dengan laju 90 km j^{-1} dan halaju -90 km j^{-1}.</p>
<p>Jisim Kuantiti jirim yang terkandung dalam suatu objek. Nilainya tidak berubah mengikut lokasi.</p>	<p>Berat Daya tarikan graviti bumi ke atas suatu objek. Nilainya tidak tetap dan bergantung kepada daya tarikan graviti suatu lokasi.</p>	<p>Jisim seorang angkasawan semasa berada di bulan ialah 120 kg dengan berat 200 N manakala jisim angkasawan tersebut semasa berada di bumi ialah 120 kg dengan berat 1 200 N.</p>

Contoh 1

Nyatakan sama ada setiap kuantiti berikut ialah kuantiti vektor atau kuantiti skalar. Berikan justifikasi anda.

- Mikail berjalan kaki dari rumah ke kedai runcit sejauh 1 km.
- Sebuah kereta dipandu dengan kelajuan 90 km j^{-1} ke arah selatan.
- Suhu badan Alicia mencecah 38°C .

Penyelesaian

- Kuantiti skalar kerana kuantiti itu mempunyai magnitud sahaja.
- Kuantiti vektor kerana kuantiti itu mempunyai magnitud dan arah.
- Kuantiti skalar kerana kuantiti itu mempunyai magnitud sahaja.

Latih Diri 8.1

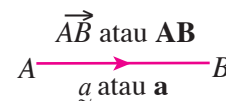
- Tentukan sama ada kuantiti berikut adalah kuantiti skalar atau kuantiti vektor. Berikan justifikasi anda.
 - Cecair *X* mempunyai ketumpatan 1.2 g cm^{-3} .
 - Sebuah kotak seberat 150 N diangkat setinggi 1 m dari lantai.
 - Isi padu bagi sebotol air mineral ialah 1.5 l.
 - Tempoh percutian Suzie ialah 3 hari 2 malam.
 - Sebiji bola diberi satu impuls sebanyak 5.0 Ns secara mendatar.



Mewakilkkan vektor menggunakan tembereng garis berarah dan tatatanda vektor serta menentukan magnitud dan arah vektor

Vektor boleh diwakili oleh satu tembereng garis yang mempunyai anak panah atau lebih dikenali sebagai tembereng garis berarah. Anak panah mewakili arah vektor dan panjang garis mewakili magnitud vektor.

Sebagai contoh, vektor bagi sebuah kapal layar yang sedang bergerak 7 km ke arah timur dari titik *A* ke titik *B* boleh diwakilkan dengan tembereng garis berarah seperti yang ditunjukkan dalam rajah di sebelah. Titik *A* ialah titik awal manakala titik *B* ialah titik terminal.



Vektor boleh diwakilkan dengan tatatanda seperti berikut:

$$\vec{AB} \text{ atau } \mathbf{AB} \text{ atau } \underline{a} \text{ atau } \mathbf{a}$$

Magnitud bagi vektor pula boleh ditulis sebagai:

$$|\vec{AB}| \text{ atau } |\mathbf{AB}| \text{ atau } |\underline{a}| \text{ atau } |\mathbf{a}|$$

Vektor sifar ialah vektor yang mempunyai magnitud sifar dan arahnya tidak dapat ditentukan. Vektor sifar diwakili oleh $\vec{0}$.

Contoh:

Sebuah kereta lumba bergerak dalam litar yang berbentuk bulatan. Titik awal dan titik terminal bagi pergerakan kereta lumba itu sama. Maka, vektor bagi sesaran kereta lumba tersebut ialah vektor sifar.



Dua vektor adalah sama jika kedua-dua vektor mempunyai magnitud dan arah yang sama, $\vec{AB} = \vec{CD}$.

Contoh:

Rakesh dan Fauzi sedang mengayuh basikal dengan laju yang sama dan ke arah yang sama. Vektor halaju, v , bagi kedua-dua pergerakan mereka adalah sama. Maka, $v_{\text{Rakesh}} = v_{\text{Fauzi}}$.

Suatu vektor adalah negatif jika vektor itu mempunyai magnitud yang sama tetapi arah yang bertentangan. Vektor \vec{BA} ialah vektor negatif bagi vektor \vec{AB} dan ditulis sebagai $\vec{BA} = -\vec{AB}$.

Contoh:

Dua buah kereta api, A dan B , berselisih di dua landasan yang selari dengan halaju yang sama tetapi arah yang berlawanan. Halaju kereta api A bernilai positif manakala halaju kereta api B bernilai negatif.

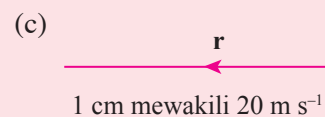
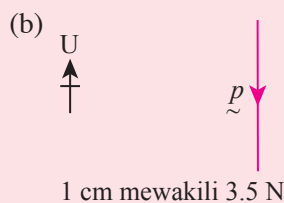
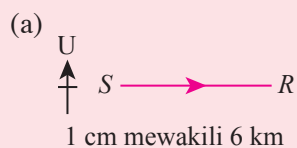


Contoh 2

Lukis dan label setiap vektor yang berikut.

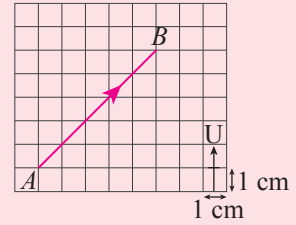
- (a) \vec{SR} mewakili sesaran 12 km ke timur.
- (b) \vec{p} mewakili daya 7 N ke selatan.
- (c) \vec{r} mewakili halaju 70 m s⁻¹ ke kiri.

Penyelesaian



Contoh 3

Rajah di sebelah menunjukkan vektor \vec{AB} yang mewakili sesaran suatu zarah dari titik A ke titik B . Cari magnitud dan arah pergerakan zarah itu dari titik A .



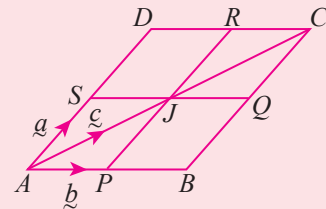
Penyelesaian

$$\begin{aligned} |\vec{AB}| &= \sqrt{5^2 + 5^2} \\ &= \sqrt{50} \\ &= 5\sqrt{2} \end{aligned}$$

Maka, magnitud \vec{AB} ialah $5\sqrt{2}$ cm dan arah \vec{AB} adalah ke timur laut.

Contoh 4

Rajah di sebelah menunjukkan sebuah segi empat selari, $ABCD$. Titik-titik P, Q, R dan S masing-masing ialah titik tengah bagi AB, BC, CD dan DA . Diberi bahawa $\vec{AS} = \underline{a}$, $\vec{AP} = \underline{b}$ dan $\vec{AJ} = \underline{c}$. Nyatakan setiap vektor berikut dalam sebutan $\underline{a}, \underline{b}$ atau \underline{c} .



- (a) \vec{SD} (b) \vec{CJ} (c) \vec{RJ} (d) \vec{JQ}

Penyelesaian

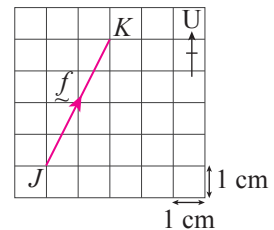
- (a) $\vec{SD} = \underline{a}$ (b) $\vec{CJ} = -\underline{c}$ (c) $\vec{RJ} = -\underline{a}$ (d) $\vec{JQ} = \underline{b}$

Latih Diri 8.2

1. Dengan menggunakan skala yang sesuai, lukis dan labelkan setiap vektor berikut.

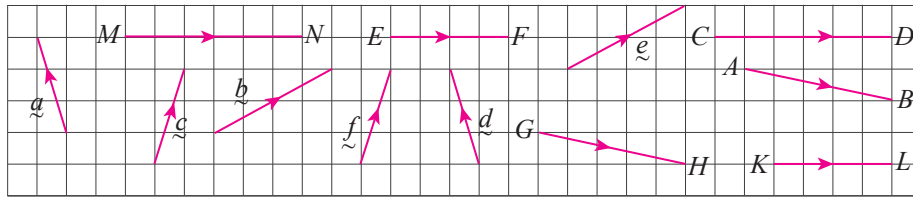
- (a) \vec{XY} mewakili daya 5 N ke kanan.
 (b) \vec{RS} mewakili sesaran 40 km ke barat daya.
 (c) \underline{v} mewakili halaju 20 km j⁻¹ ke barat.
 (d) \underline{a} mewakili momentum 7 kg m s⁻¹ ke kiri.

2. Rajah di sebelah menunjukkan vektor \underline{f} yang mewakili daya ke atas suatu objek dari J ke K . Cari magnitud dan arah bagi vektor \underline{f} .



3. Dua buah kereta, A dan B bergerak dari bandar O . Kereta A bergerak ke utara manakala kereta B bergerak ke timur. Cari jarak di antara kedua-dua buah kereta itu selepas satu jam perjalanan, jika diberi $|\vec{OA}| = 90$ km dan $|\vec{OB}| = 75$ km.

4. Cari pasangan vektor yang sama dalam rajah di bawah.



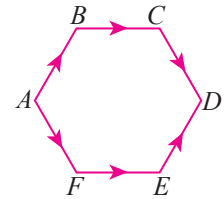
5. Rajah di sebelah menunjukkan sebuah heksagon sekata $ABCDEF$.

(a) Nyatakan vektor yang sama dengan

(i) \vec{AB} (ii) \vec{BC} (iii) \vec{CD}

(b) Nyatakan vektor negatif bagi

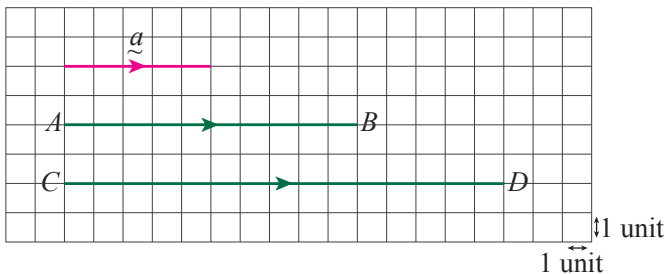
(i) \vec{AF} (ii) \vec{FE} (iii) \vec{ED}



Membuat dan mengesahkan konjektur tentang sifat-sifat pendaraban vektor dengan skalar

Perhatikan dua kes berikut:

Kes 1



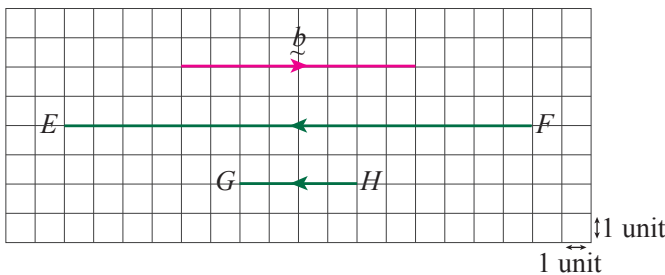
Perhatikan vektor \underline{a} , \vec{AB} dan \vec{CD} dalam rajah di sebelah.

Didapati $\vec{AB} = 2 \times \underline{a}$ atau $2\underline{a}$, dan

$$\vec{CD} = 3 \times \underline{a} \text{ atau } 3\underline{a}$$

Diberi $|\underline{a}| = 5$ unit, maka $|\vec{AB}| = 10$ unit dan $|\vec{CD}| = 15$ unit.

Kes 2



Perhatikan vektor \underline{b} , \vec{EF} dan \vec{GH} dalam rajah di sebelah.

Didapati $\vec{EF} = 2 \times (-\underline{b})$ atau $(-2)\underline{b}$, dan

$$\vec{GH} = \frac{1}{2} \times (-\underline{b}) \text{ atau } \left(-\frac{1}{2}\right)\underline{b}$$

Diberi $|\underline{b}| = 8$ unit, maka $|\vec{EF}| = 16$ unit dan $|\vec{GH}| = 4$ unit.

Daripada Kes 1 dan Kes 2, dapat disimpulkan bahawa:

Pendaraban skalar k dengan vektor \underline{a} menghasilkan vektor $k\underline{a}$, dengan keadaan:

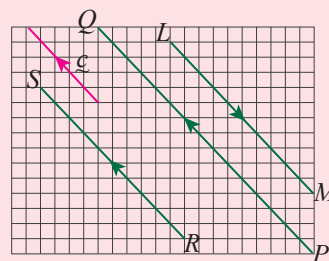
- (a) $|k\underline{a}| = k|\underline{a}|$.
- (b) Arah $k\underline{a}$ sama dengan arah \underline{a} jika $k > 0$.
- (c) Arah $k\underline{a}$ bertentangan dengan arah \underline{a} jika $k < 0$.

Contoh 5

Nyatakan setiap vektor pada rajah di sebelah dalam sebutan \underline{c} .

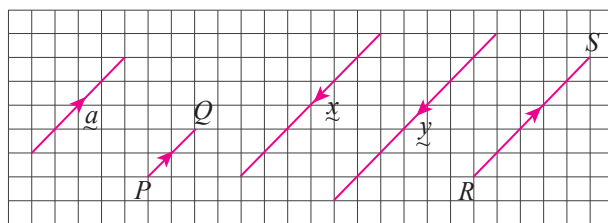
Penyelesaian

$$\vec{RS} = 2\underline{c}, \vec{PQ} = 3\underline{c}, \vec{LM} = -2\underline{c}$$



Latih Diri 8.3

1. Nyatakan setiap vektor berikut dalam sebutan \underline{a} .



TIP PINTAR

Pendaraban vektor dengan skalar juga akan menghasilkan kuantiti vektor. Sebagai contoh, $F = ma$.

Daya (vektor) = jisim (skalar) \times pecutan (vektor)



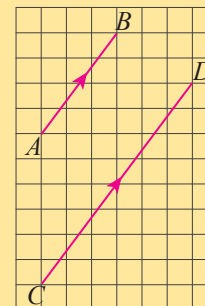
Membuat dan mengesahkan konjektur tentang vektor selari

INKUIRI 1

Berkumpulan

Tujuan: Membuat dan mengesahkan konjektur tentang hubungan antara dua vektor selari
Arahan:

1. Pertimbangkan rajah di sebelah dan jawab soalan yang berikut:
 - (a) Cari magnitud bagi setiap vektor.
 - (b) Tentukan nisbah bagi $|\vec{AB}| : |\vec{CD}|$.
 - (c) Tentukan kecerunan bagi garis lurus AB dan CD . Adakah garis lurus AB dan CD selari?
 - (d) Ungkapkan \vec{AB} dalam sebutan \vec{CD} .
2. Jika diberi dua vektor, \underline{a} dan \underline{b} yang selari, apakah hubungan antara \underline{a} dan \underline{b} ? Bincang bersama dengan rakan sekumpulan anda.



Hasil daripada Inkuiri 1, dapat disimpulkan bahawa jika dua vektor adalah selari, maka satu vektor ialah hasil darab skalar dengan vektor yang satu lagi.

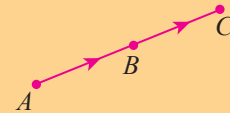
\underline{a} dan \underline{b} adalah selari jika dan hanya jika $\underline{a} = k\underline{b}$, dengan keadaan k ialah pemalar.

Jika \underline{a} dan \underline{b} ialah dua vektor bukan sifar dan tidak selari, dengan keadaan $h\underline{a} = k\underline{b}$, maka $h = k = 0$.



Diberi tiga titik, A , B dan C . Berikut merupakan syarat untuk titik-titik itu segaris.

- (a) $\vec{AB} = k\vec{BC}$.
- (b) AB selari dengan BC .
- (c) B ialah titik sepunya.



Contoh 6

Diberi $\vec{PQ} = \underline{a}$, $\vec{QR} = \underline{b}$, $\vec{RS} = -2\underline{a}$ dan $\vec{ST} = 4\underline{b}$. Pasangan vektor manakah yang selari?

Penyelesaian

Diberi $\vec{PQ} = \underline{a}$ dan $\vec{RS} = -2\underline{a}$, maka $\vec{RS} = -2\vec{PQ}$. Oleh itu, \vec{PQ} dan \vec{RS} adalah selari.
 Diberi $\vec{QR} = \underline{b}$ dan $\vec{ST} = 4\underline{b}$, maka $\vec{ST} = 4\vec{QR}$. Oleh itu, \vec{QR} dan \vec{ST} adalah selari.

Contoh 7

Diberi $\vec{PQ} = \underline{u}$ dan $\vec{QR} = 5\underline{u}$, tunjukkan bahawa P , Q dan R adalah segaris.

Penyelesaian

Diberi $\vec{PQ} = \underline{u}$ dan $\vec{QR} = 5\underline{u}$, maka, $\vec{QR} = 5\vec{PQ}$.
 Oleh itu, \vec{PQ} dan \vec{QR} adalah selari.
 Oleh sebab Q ialah titik sepunya, maka P , Q dan R adalah segaris.



Diberi titik-titik X , Y dan Z adalah segaris. Tuliskan hubungan antara \vec{XY} , \vec{XZ} dan \vec{YZ} .

Contoh 8

Diberi vektor-vektor bukan sifar, \underline{a} dan \underline{b} adalah tidak selari dan $(h - 1)\underline{a} = (k + 5)\underline{b}$, dengan keadaan h dan k ialah pemalar, cari nilai h dan nilai k .

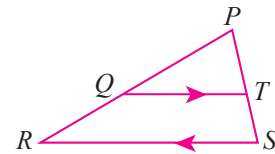
Penyelesaian

Diberi $(h - 1)\underline{a} = (k + 5)\underline{b}$. Oleh sebab \underline{a} dan \underline{b} tidak selari dan bukan sifar, maka

$$\begin{matrix} h - 1 = 0 & \text{dan} & k + 5 = 0 \\ h = 1 & & k = -5 \end{matrix}$$

Latih Diri 8.4

- Diberi $\vec{AB} = 5\underline{a}$ dan $\vec{PQ} = 20\underline{a}$, ungkapkan \vec{AB} dalam sebutan \vec{PQ} jika \vec{AB} selari dengan \vec{PQ} .
- Tunjukkan bahawa titik-titik L , M dan N adalah segaris, diberi $\vec{LM} = 6\underline{x}$ dan $\vec{MN} = 18\underline{x}$.
- Diberi vektor bukan sifar, \underline{u} dan \underline{v} adalah tidak selari, cari nilai m dan nilai n bagi setiap yang berikut.
 - $(4m + 3)\underline{u} = (n - 7)\underline{v}$
 - $(m + n - 1)\underline{u} - (m - 2n - 10)\underline{v} = 0$
- Diberi \vec{XY} dan \vec{VW} ialah vektor selari, $|\vec{XY}| = 6$ unit dan $|\vec{VW}| = 21$ unit, ungkapkan \vec{VW} dalam sebutan \vec{XY} .
- Titik-titik P , Q dan R adalah segaris dengan $\vec{PQ} = \underline{a}$ dan $\vec{QR} = (k - 2)\underline{a}$. Cari nilai k jika $\vec{PQ} = \frac{1}{2}\vec{PR}$, dengan keadaan k ialah pemalar.
- Dalam segi tiga PRS di sebelah, \vec{QT} dan \vec{RS} ialah dua vektor yang selari. Diberi $PT : TS = 5 : 3$, ungkapkan \vec{SR} dalam sebutan \vec{QT} .

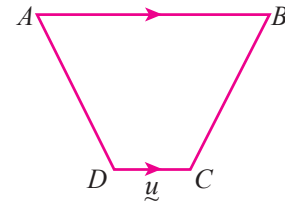


Latihan Intensif 8.1

Imbas kod QR atau layari bit.ly/2FQF5Mv untuk kuiz



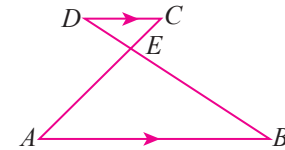
- Rajah di sebelah menunjukkan sebuah trapezium $ABCD$. Diberi $\vec{DC} = \underline{u}$, $AB = 6$ cm dan $DC = 2$ cm, tuliskan \vec{AB} dalam sebutan \underline{u} .



- Dalam rajah di sebelah, AB dan DC adalah selari. Diberi

$$\vec{DC} = \frac{1}{3}\vec{AB} \text{ dan } |\vec{DC}| = 4 \text{ cm.}$$

- Cari $|\vec{AB}|$.
- Jika $\vec{AE} = 6\underline{a}$ dan $\vec{ED} = 2\underline{b}$, ungkapkan
 - \vec{EC} dalam sebutan \underline{a} ,
 - \vec{BE} dalam sebutan \underline{b} .



- Diberi bahawa $\vec{AB} = 4\underline{x}$ dan $\vec{AC} = 6\underline{x}$, tunjukkan bahawa A , B dan C adalah segaris.
- Vektor \underline{a} dan vektor \underline{b} adalah bukan sifar dan tidak selari. Diberi bahawa $(h + k)\underline{a} = (h - k + 1)\underline{b}$ dengan h dan k ialah pemalar. Cari nilai h dan nilai k .
- Diberi $\vec{PQ} = (k + 2)\underline{x} + 4\underline{y}$. Jika PQ dipanjangkan kepada titik R dengan keadaan $\vec{QR} = h\underline{x} + \underline{y}$, ungkapkan k dalam sebutan h .

8.2 Penambahan dan Penolakan Vektor



Membuat penambahan dan penolakan vektor bagi menghasilkan vektor paduan

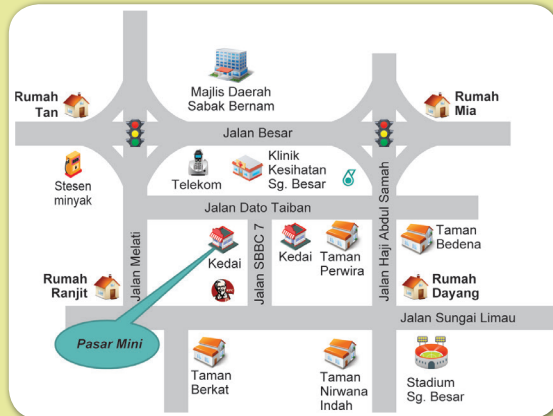
INKUIRI 2

Berpasangan PAK-21

Tujuan: Mengenal vektor paduan

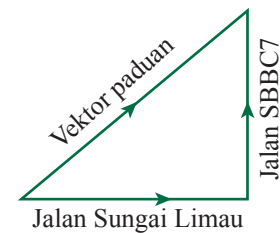
Arahan:

1. Perhatikan peta di sebelah.
2. Dayang, Mia, Tan dan Ranjit bercadang ingin bertemu di pasar mini.
3. Lakarkan laluan yang boleh diambil oleh mereka dengan mengambil kira titik awal dan titik terminal serta arah yang diikuti.
4. Apakah yang dapat anda katakan tentang laluan yang dilalui oleh mereka?



Hasil daripada Inkuiri 2, didapati bahawa lakaran bagi laluan yang dilalui oleh mereka menghasilkan sesaran yang merupakan suatu vektor paduan. Vektor paduan ialah vektor tunggal yang terhasil daripada penambahan beberapa vektor.

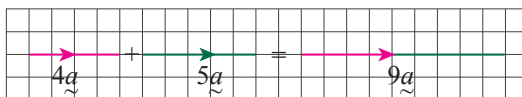
Lakaran laluan Ranjit



Berikut merupakan beberapa kes yang melibatkan vektor paduan.

Kes 1 Penambahan dan penolakan vektor selari

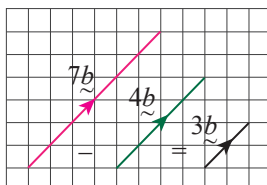
A Penambahan dua vektor selari



$$4\underline{a} + 5\underline{a} = 9\underline{a}$$

$$|9\underline{a}| = |4\underline{a}| + |5\underline{a}|$$

B Penolakan dua vektor selari



$$7\underline{b} - 4\underline{b} = 7\underline{b} + (-4\underline{b}) = 3\underline{b}$$

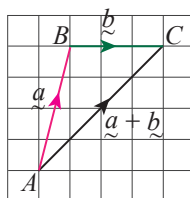
$$|3\underline{b}| = |7\underline{b}| - |4\underline{b}|$$

Jika vektor \underline{a} selari dengan vektor \underline{b} , maka $\underline{a} - \underline{b} = \underline{a} + (-\underline{b})$.

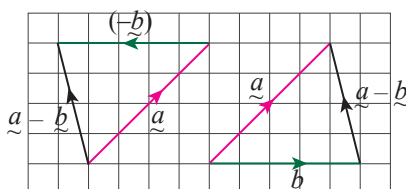
Kes 2 Penambahan dan penolakan vektor tak selari

A Hukum segi tiga

Hukum segi tiga bagi penambahan dua vektor tidak selari diberi oleh $\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$.

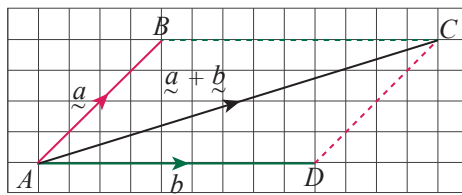


Hukum segi tiga ini boleh digunakan pada penolakan dua vektor tidak selari.



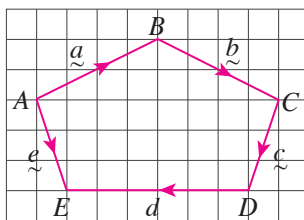
B Hukum segi empat selari

Dua vektor, \underline{a} dan \underline{b} yang bermula dari satu titik yang sama boleh diwakili oleh dua sisi bersebelahan sebuah segi empat selari, \vec{AB} dan \vec{AD} . Maka, vektor paduan \underline{a} dan \underline{b} ialah pepenjuru segi empat selari, \vec{AC} .



C Hukum Poligon

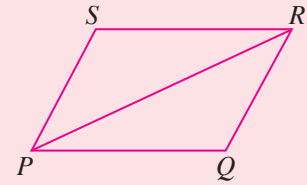
Hukum poligon diberi oleh $\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD} + \vec{DE} = \vec{AE}$.



Adakah penambahan vektor mematuhi hukum kalis tukar tertib? Bincangkan.

Contoh 9

Rajah di sebelah menunjukkan sebuah segi empat selari PQRS.



(a) Ungkapkan

- (i) \vec{PQ} dalam sebutan \vec{PS} dan \vec{SQ} ,
- (ii) \vec{PR} dalam sebutan \vec{PQ} dan \vec{PS} ,
- (iii) \vec{QR} dalam sebutan \vec{PR} dan \vec{PQ} .

(b) Diberi $\vec{PQ} = 2\underline{a} + \underline{b}$ dan $\vec{PS} = 2\underline{b} - \underline{a}$, ungkapkan \vec{PR} dalam sebutan \underline{a} dan \underline{b} .

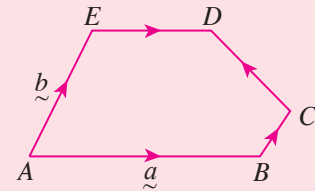
Penyelesaian

<p>(a) (i) $\vec{PQ} = \vec{PS} + \vec{SQ}$ ← Hukum segi tiga</p> <p>(ii) $\vec{PR} = \vec{PS} + \vec{PQ}$ ← Hukum segi empat selari</p> <p>(iii) $\vec{QR} = \vec{QP} + \vec{PR}$ ← Hukum segi tiga</p> <p style="margin-left: 20px;">$= -\vec{PQ} + \vec{PR}$</p> <p style="margin-left: 20px;">$= \vec{PR} - \vec{PQ}$</p>	<p>(b) $\vec{PR} = \vec{PS} + \vec{PQ}$</p> <p style="margin-left: 20px;">$= 2\underline{b} - \underline{a} + 2\underline{a} + \underline{b}$</p> <p style="margin-left: 20px;">$= \underline{a} + 3\underline{b}$</p>
--	---

Contoh 10

Rajah di sebelah menunjukkan sebuah pentagon ABCDE. Diberi

$\vec{BC} = \frac{1}{3}\vec{AE}$, $\vec{ED} = \frac{1}{2}\vec{AB}$, $\vec{AB} = \underline{a}$ dan $\vec{AE} = \underline{b}$, ungkapkan \vec{CD} dalam sebutan \underline{a} dan \underline{b} .

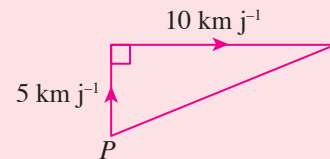


Penyelesaian

$$\begin{aligned} \vec{CD} &= \vec{CB} + \vec{BA} + \vec{AE} + \vec{ED} \\ &= -\frac{1}{3}\underline{b} - \underline{a} + \underline{b} + \frac{1}{2}\underline{a} \\ &= \frac{2}{3}\underline{b} - \frac{1}{2}\underline{a} \end{aligned}$$

Contoh 11

Hamzah mendayung perahunya dari titik P ke seberang sungai dengan halaju, \underline{y} , 5 km j^{-1} ke arah utara. Arus sungai itu mengalir dengan halaju, \underline{a} , 10 km j^{-1} ke arah timur. Rajah di sebelah menunjukkan lakaran pergerakan perahu dan arus sungai. Hitung arah dan halaju baharu perahu itu kesan daripada aliran arus tersebut.



Penyelesaian

Halaju perahu sebenar ialah $\underline{v} + \underline{a}$.

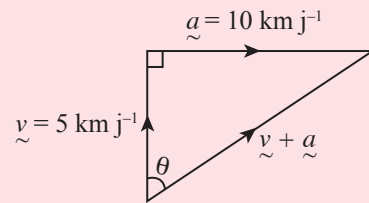
$$|\underline{v} + \underline{a}| = \sqrt{5^2 + 10^2} \\ = 11.18 \text{ km j}^{-1}$$

Jika θ ialah sudut yang dibentuk dengan arah utara,

$$\text{maka, } \tan \theta = \frac{10}{5}$$

$$\theta = 63.43^\circ$$

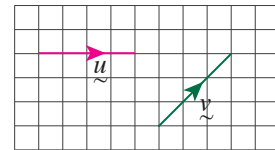
Perahu itu bergerak pada bearing 063.43° dengan halaju 11.18 km j^{-1} .



Latih Diri 8.5

1. Rajah di sebelah menunjukkan vektor \underline{u} dan vektor \underline{v} .
Lukis dan labelkan vektor paduan bagi setiap yang berikut.

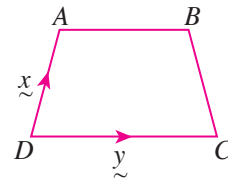
- (a) $2\underline{u} + \underline{v}$ (b) $\frac{1}{2}\underline{v} + 2\underline{u}$
(c) $\underline{u} - 2\underline{v}$ (d) $2\underline{u} - \frac{3}{2}\underline{v}$



2. Vektor \underline{p} mewakili halaju 70 km j^{-1} ke arah selatan dan vektor \underline{q} mewakili halaju 80 km j^{-1} ke arah timur. Cari arah dan magnitud vektor paduan, $\underline{p} + \underline{q}$.

3. Diberi $ABCD$ ialah sebuah trapezium dengan $3AB = 2DC$.
Ungkapkan yang berikut dalam sebutan \underline{x} dan \underline{y} .

- (a) \vec{AB} (b) \vec{AC}
(c) \vec{BC} (d) \vec{BD}



4. Sebuah kapal terbang melakukan penerbangan ke arah utara dari lapangan terbang P ke lapangan terbang Q sejauh $1\,200 \text{ km}$ dalam masa 2 jam . Angin bertiup dari arah barat dengan kelajuan 160 km j^{-1} . Cari
(a) halaju kapal terbang tanpa dipengaruhi oleh angin,
(b) arah asal kapal terbang itu.



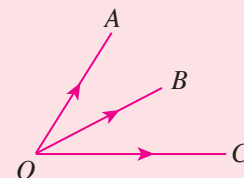
Menyelesaikan masalah yang melibatkan vektor

Masalah yang melibatkan penambahan dan penolakan vektor bagi vektor selari dan vektor tidak selari boleh diselesaikan dengan menggunakan hukum segi tiga, hukum segi empat selari atau hukum poligon.

Contoh 12

APLIKASI MATEMATIK

Vektor kedudukan bagi tiga buah kereta mainan, A , B dan C ialah $\vec{OA} = \underline{a} + \underline{b}$, $\vec{OB} = 3\underline{a} - 2\underline{b}$ dan $\vec{OC} = h\underline{a} + 7\underline{b}$, dengan h ialah pemalar. Cari nilai h dengan keadaan kereta mainan A , B dan C terletak pada satu garis lurus.



Penyelesaian

1. Memahami masalah

- ◆ Diberi $\vec{OA} = \underline{a} + \underline{b}$, $\vec{OB} = 3\underline{a} - 2\underline{b}$ dan $\vec{OC} = h\underline{a} + 7\underline{b}$.
- ◆ Kereta mainan A, B dan C terletak di atas satu garis lurus, maka $\vec{AC} = k\vec{AB}$ dengan k ialah pemalar.
- ◆ Hitung nilai k dan nilai h .

2. Merancang strategi

- ◆ Cari \vec{AB} dan \vec{AC} menggunakan hukum segi tiga.
- ◆ Tulis hubungan $\vec{AC} = k\vec{AB}$.
- ◆ Cari nilai k dan nilai h dengan membandingkan pekali dalam hubungan $\vec{AC} = k\vec{AB}$.

3. Melaksanakan strategi

$$\begin{aligned} \vec{AB} &= \vec{AO} + \vec{OB} \\ &= -\vec{OA} + \vec{OB} \\ &= -\underline{a} - \underline{b} + 3\underline{a} - 2\underline{b} \\ &= 2\underline{a} - 3\underline{b} \\ \vec{AC} &= \vec{AO} + \vec{OC} \\ &= -\vec{OA} + \vec{OC} \\ &= -\underline{a} - \underline{b} + h\underline{a} + 7\underline{b} \\ &= (h-1)\underline{a} + 6\underline{b} \\ \vec{AC} &= k\vec{AB} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (h-1)\underline{a} + 6\underline{b} &= k(2\underline{a} - 3\underline{b}) \\ (h-1)\underline{a} + 6\underline{b} &= (2k)\underline{a} - (3k)\underline{b} \end{aligned}$$

Bandingkan pekali \underline{a} dan \underline{b} ,

$$\begin{aligned} h-1 &= 2k & \text{dan} & & 6 &= -3k \\ h &= 2k+1 & & & k &= -2 \end{aligned}$$

Gantikan $k = -2$ ke dalam $h = 2k + 1$,

$$\begin{aligned} h &= 2(-2) + 1 \\ &= -3 \end{aligned}$$

4. Membuat refleksi

Apabila $k = -2$,

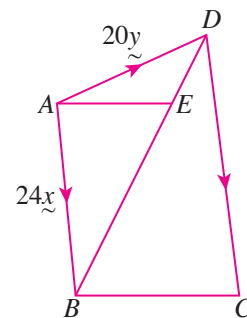
$$\begin{aligned} \vec{AC} &= k\vec{AB} \\ &= (-2)(2\underline{a} - 3\underline{b}) \\ &= -4\underline{a} + 6\underline{b} \end{aligned}$$

Apabila $h = -3$,

$$\begin{aligned} \vec{AC} &= (h-1)\underline{a} + 6\underline{b} \\ &= (-3-1)\underline{a} + 6\underline{b} \\ &= -4\underline{a} + 6\underline{b} \end{aligned}$$

Latih Diri 8.6

1. Diberi O, X, Y dan Z ialah empat titik dengan keadaan $\vec{OX} = 4\underline{x} - 2\underline{y}$, $\vec{OY} = k\underline{x} - \underline{y}$ dan $\vec{OZ} = 6\underline{x} + 5\underline{y}$. Jika titik X, Y dan Z adalah segaris, cari nilai k .
2. Rajah di sebelah menunjukkan pelan bagi lorong-lorong di sebuah taman perumahan yang membentuk sebuah segi empat $ABCD$. Terdapat sebatang tiang lampu pada kedudukan E , dengan keadaan $BE : ED = 3 : 1$. Lorong AB dan DC adalah selari dan $DC = \frac{4}{3}AB$.
 - (a) Ungkapkan \vec{BD} dan \vec{AE} dalam sebutan \underline{x} dan \underline{y} .
 - (b) Tunjukkan bahawa lorong AE adalah selari dengan lorong BC .

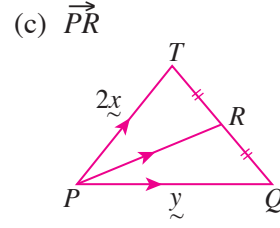
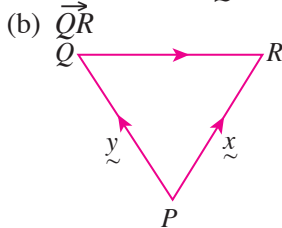
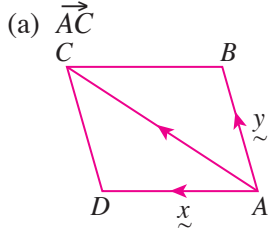


Latihan Intensif 8.2

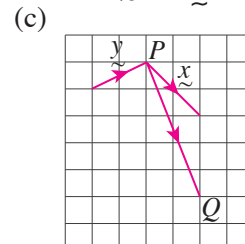
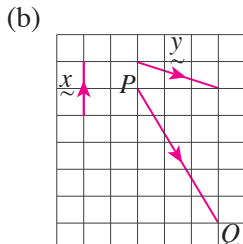
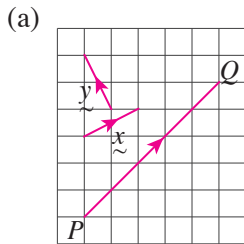
Imbas kod QR atau layari bit.ly/2Dp0haz untuk Kuiz



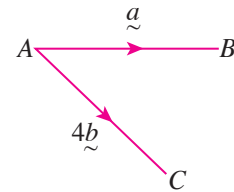
1. Ungkapkan vektor-vektor berikut dalam sebutan \underline{x} dan \underline{y} .



2. Bagi setiap gambar rajah berikut, ungkapkan vektor \vec{PQ} dalam sebutan \underline{x} dan \underline{y} .

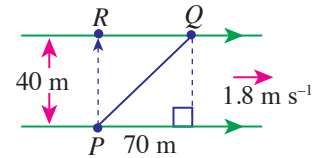


3. Dalam rajah di sebelah, $\vec{AB} = \underline{a}$ dan $\vec{AC} = 4\underline{b}$. Diberi Q ialah satu titik pada AC dengan keadaan $AQ : QC = 1 : 3$. Ungkapkan \vec{BQ} dalam sebutan \underline{a} dan \underline{b} .



4. Diberi $\underline{p} = 2\underline{a} + 3\underline{b}$, $\underline{q} = 4\underline{a} - \underline{b}$ dan $\underline{r} = h\underline{a} + (h + k)\underline{b}$ dengan keadaan h dan k ialah pemalar. Cari nilai h dan nilai k jika $\underline{r} = 3\underline{p} - 4\underline{q}$.

5. Rajah di sebelah menunjukkan lakaran sebatang sungai. Lebar sungai itu ialah 40 m dan halaju arus mengalir ke hilir ialah 1.8 m s^{-1} . Hamid ingin mendayung perahunya dari P ke seberang sungai di R , tetapi perahunya telah dibawa arus dan berhenti di Q dalam masa 12 saat. Hitung laju Hamid mendayung perahunya.



6. Rajah di sebelah menunjukkan sebuah segi tiga OAB . Diberi $\vec{OA} = \underline{a}$, $\vec{OB} = \underline{b}$, $5BX = 3BA$ dan $OY : OA = 3 : 4$.

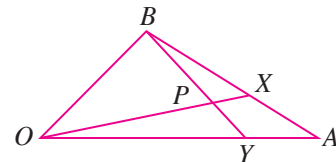
(a) Cari yang berikut dalam sebutan \underline{a} dan \underline{b} .

- (i) \vec{BA}
- (ii) \vec{BX}
- (iii) \vec{OX}
- (iv) \vec{BY}

(b) Diberi $\vec{OP} = \lambda \vec{OX}$ dan $\vec{BP} = \mu \vec{BY}$. Ungkapkan \vec{OP} dalam sebutan

- (i) λ , \underline{a} dan \underline{b} ,
- (ii) μ , \underline{a} dan \underline{b} ,

(c) Seterusnya, cari nilai λ dan nilai μ .



8.3 Vektor dalam Satah Cartes



Mewakillikan vektor dan menentukan magnitud vektor dalam satah Cartes

INKUIRI 3

Berkumpulan PAK-21

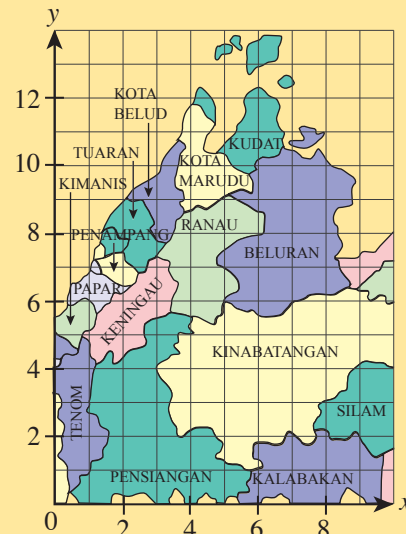
Tujuan: Mengenal vektor paduan

Arahan:

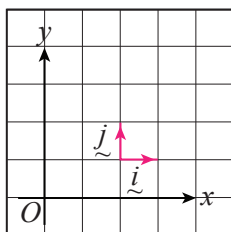
1. Perhatikan peta negeri Sabah yang dilukis pada grid satah Cartes di sebelah.
2. Teliti situasi berikut:

Arding ingin menjelajahi daerah di Sabah. Arding berada di suatu lokasi yang terletak di koordinat (1, 3). Kemudian, dia bergerak 5 unit selari dengan paksi-x dan 4 unit selari dengan paksi-y ke suatu lagi lokasi di daerah yang lain. Dia berjanji untuk bertemu rakannya, Timan di lokasi tersebut. Timan bergerak pada translasi $\begin{pmatrix} 2 \\ 6 \end{pmatrix}$ dari tempatnya untuk bertemu dengan Arding.

3. Tandakan pada satah Cartes, pergerakan serta kedudukan Arding dan Timan.
4. Apakah nama daerah tempat mereka berdua bertemu?
5. Nyatakan translasi bagi pergerakan Arding dari lokasi daerah pertama ke lokasi daerah kedua.
6. Cari jarak, dalam unit, antara lokasi pertama Arding berada dan lokasi pertama Timan berada dengan tempat pertemuan mereka.
7. Bentangkan hasil dapatan di hadapan kelas dan lakukan sesi soal jawab bersama dengan rakan yang lain.



Hasil daripada Inkuiri 3, suatu vektor boleh diungkapkan sebagai gabungan vektor selari dan tidak selari. Pada satah Cartes, vektor akan diungkapkan sebagai gabungan vektor yang selari dengan paksi-x dan/atau paksi-y.



Vektor yang bermagnitud 1 unit dan selari dengan paksi-x dipanggil vektor \underline{i} dan ditulis sebagai $\underline{i} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $|\underline{i}| = 1$.

Vektor yang bermagnitud 1 unit dan selari dengan paksi-y dipanggil vektor \underline{j} dan ditulis sebagai $\underline{j} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $|\underline{j}| = 1$.



Memerihal dan menentukan vektor unit dalam arah suatu vektor

Anda telah mempelajari bahawa \underline{i} dan \underline{j} ialah vektor unit masing-masing dalam arah yang selari dengan paksi- x dan paksi- y yang positif. Bagaimana pula dengan vektor unit pada arah vektor yang tidak selari dengan paksi- x atau paksi- y ?

INKUIRI 4

Berpasangan

PAK-21

Tujuan: Menentukan vektor unit dalam arah suatu vektor yang diberi

Arahan:

1. Imbas kod QR atau layari pautan di sebelah.
2. Seret gelongsor x_1 dan y_1 untuk melihat perubahan vektor unit pada satah Cartes dan pengiraan vektor unit yang diperoleh.
3. Bandingkan vektor unit yang diperoleh bagi setiap perubahan pada nilai x_1 dan nilai y_1 .
4. Bincangkan kaedah dan rumus yang digunakan untuk mencari vektor unit dalam arah suatu vektor.



ggbm.at/r39tkfzb

Hasil daripada Inkuiri 4, vektor unit dalam arah suatu vektor boleh dicari dengan membahagikan vektor dengan magnitud vektor tersebut.

Secara umum:

$$\text{Jika } \underline{r} = x\underline{i} + y\underline{j}, \text{ maka vektor unit dalam arah } \underline{r} \text{ ialah } \hat{\underline{r}} = \frac{\underline{r}}{|\underline{r}|} = \frac{x\underline{i} + y\underline{j}}{\sqrt{x^2 + y^2}}.$$



Vektor unit ialah vektor dalam arah suatu vektor tertentu yang mempunyai magnitud 1 unit.

Contoh 15

Diberi titik $A(4, 3)$, cari vektor unit dalam arah vektor \vec{OA} .

Ungkapkan jawapan dalam bentuk

- (a) komponen \underline{i} dan \underline{j} , (b) vektor lajur.

Penyelesaian

$$\begin{aligned} \text{(a) } \vec{OA} &= \underline{a} = 4\underline{i} + 3\underline{j} \\ |\underline{a}| &= \sqrt{4^2 + 3^2} \\ &= 5 \text{ unit} \end{aligned}$$

Vektor unit dalam komponen \underline{i} dan \underline{j} ialah $\hat{\underline{a}} = \frac{4\underline{i} + 3\underline{j}}{5}$.

(b) Vektor unit dalam bentuk vektor lajur ialah

$$\begin{aligned} \hat{\underline{a}} &= \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix} \text{ atau } \begin{pmatrix} 0.8 \\ 0.6 \end{pmatrix} \end{aligned}$$



Menentukan magnitud vektor $4\underline{i} + 3\underline{j}$ menggunakan kalkulator saintifik.

1. Tekan **MENU**
2. Tekan **1**
3. Tekan **SHIFT +**
4. Skrin akan memaparkan:
Pol ()
5. Tekan **4** **SHIFT** **)**
3 **=**
6. Skrin akan memaparkan:
Pol (4, 3)
r = 5

Contoh 16

Diberi $-\frac{1}{3}\underline{i} + k\underline{j}$ ialah vektor unit, cari nilai k .

Penyelesaian

$$\sqrt{\left(-\frac{1}{3}\right)^2 + k^2} = 1 \leftarrow \text{Magnitud vektor unit ialah 1}$$

$$\sqrt{\frac{1}{9} + k^2} = 1$$

$$\frac{1}{9} + k^2 = 1$$

$$k^2 = \frac{8}{9}$$

$$k = \pm 0.9428$$

Latih Diri 8.8

1. Hitung magnitud bagi setiap vektor berikut.

- (a) $\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ (b) $\begin{pmatrix} -4 \\ -7 \end{pmatrix}$ (c) $\begin{pmatrix} 0 \\ -4 \\ -7 \end{pmatrix}$ (d) $-12\underline{i} - 5\underline{j}$ (e) $6i$

2. Cari vektor unit pada arah setiap vektor berikut.

- (a) $3\underline{i} + 2\underline{j}$ (b) $-\underline{i} - 9\underline{j}$ (c) $\begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix}$ (d) $\begin{pmatrix} -8 \\ -15 \end{pmatrix}$

3. Tentukan sama ada vektor yang berikut merupakan vektor unit atau bukan.

- (a) $\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ (b) $\begin{pmatrix} -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$ (c) $\begin{pmatrix} -0.6 \\ -0.8 \end{pmatrix}$ (d) $\frac{7}{25}\underline{i} + \frac{24}{25}\underline{j}$ (e) $\frac{2}{3}\underline{i} + \frac{\sqrt{7}}{3}\underline{j}$

4. Cari nilai k untuk setiap vektor unit berikut.

- (a) $\begin{pmatrix} 0 \\ k \end{pmatrix}$ (b) $\begin{pmatrix} k \\ 0 \end{pmatrix}$ (c) $\begin{pmatrix} k \\ 1 \end{pmatrix}$
 (d) $\begin{pmatrix} k \\ k \end{pmatrix}$ (e) $0.5\underline{i} + k\underline{j}$ (f) $k\underline{i} + \frac{13}{84}\underline{j}$

5. Diberi vektor unit dalam arah vektor \underline{u} ialah $\hat{u} = \frac{p\underline{i} + 8\underline{j}}{\sqrt{73}}$, cari nilai-nilai yang mungkin bagi p .

6. Diberi $\hat{u} = (1 - k)\underline{i} + h\underline{j}$, ungkapkan h dalam sebutan k .



Melaksanakan operasi aritmetik ke atas dua atau lebih vektor

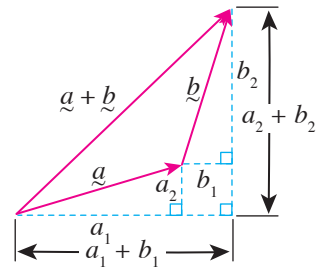
A Penambahan dua atau lebih vektor

Pertimbangkan $\underline{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$ dan $\underline{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}$.

$$\begin{aligned} \underline{a} + \underline{b} &= \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Maka, $\underline{a} + \underline{b} = (a_1\underline{i} + a_2\underline{j}) + (b_1\underline{i} + b_2\underline{j})$

$$= (a_1 + b_1)\underline{i} + (a_2 + b_2)\underline{j} \leftarrow \begin{array}{l} \text{Kumpulkan komponen } \underline{i} \text{ dan } \underline{j}, \\ \text{kemudian jumlahkan secara berasingan} \end{array}$$



Contoh 17

Cari hasil tambah bagi vektor berikut.

(a) $\underline{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\underline{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \end{pmatrix}$ dan $\underline{c} = \begin{pmatrix} -1 \\ 6 \end{pmatrix}$

(b) $\underline{v} = 3\underline{i} + 2\underline{j}$ dan $\underline{w} = 4\underline{i} - 5\underline{j}$

Penyelesaian

(a) $\underline{a} + \underline{b} + \underline{c} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ 6 \end{pmatrix}$
 $= \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$

(b) $\underline{v} + \underline{w} = (3\underline{i} + 2\underline{j}) + (4\underline{i} - 5\underline{j})$
 $= (3 + 4)\underline{i} + (2 - 5)\underline{j}$
 $= 7\underline{i} - 3\underline{j}$

B Penolakan antara dua vektor

Kaedah yang sama seperti operasi penambahan vektor boleh digunakan untuk operasi penolakan antara dua vektor.

Contoh 18

Cari $\underline{p} - \underline{q}$ bagi pasangan vektor berikut.

(a) $\underline{p} = \begin{pmatrix} 7 \\ -1 \end{pmatrix}$ dan $\underline{q} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$

(b) $\underline{p} = 2\underline{i} - \underline{j}$ dan $\underline{q} = 3\underline{i} + 5\underline{j}$

Penyelesaian

(a) $\underline{p} - \underline{q} = \begin{pmatrix} 7 \\ -1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$
 $= \begin{pmatrix} 7 - 4 \\ -1 - 1 \end{pmatrix}$
 $= \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$

(b) $\underline{p} - \underline{q} = (2\underline{i} - \underline{j}) - (3\underline{i} + 5\underline{j})$
 $= (2 - 3)\underline{i} + (-1 - 5)\underline{j}$
 $= -\underline{i} - 6\underline{j}$

C Pendaraban vektor dengan skalar

Apabila suatu vektor didarab dengan suatu skalar, kedua-dua komponen \underline{i} dan \underline{j} juga didarabkan dengan skalar itu.

Contoh 19

Bagi setiap vektor berikut, cari

(a) $-3\underline{s}$, diberi $\underline{s} = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \end{pmatrix}$, (b) $2\underline{r}$, diberi $\underline{r} = 5\underline{i} - 3\underline{j}$.

Penyelesaian

(a) $-3\underline{s} = -3 \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \\ -6 \end{pmatrix}$ (b) $2\underline{r} = 2(5\underline{i} - 3\underline{j}) = 10\underline{i} - 6\underline{j}$

TIP PINTAR
Operasi aritmetik yang melibatkan **vektor selari** dilaksanakan menggunakan kaedah yang sama seperti **vektor tidak selari**.

D Gabungan operasi aritmetik ke atas vektor

Gabungan operasi aritmetik yang dilakukan ke atas beberapa vektor perlu mematuhi peraturan operasi matematik. Operasi pendaraban dengan skalar perlu dilakukan terlebih dahulu diikuti dengan operasi penambahan dan penolakan.

Contoh 20

Diberi $\underline{p} = \begin{pmatrix} 6 \\ -3 \end{pmatrix}$, $\underline{q} = \begin{pmatrix} -4 \\ 5 \end{pmatrix}$ dan $\underline{r} = \begin{pmatrix} 7 \\ 8 \end{pmatrix}$, tentukan vektor $3\underline{p} + \underline{q} - 2\underline{r}$.

Penyelesaian

$$\begin{aligned} 3\underline{p} + \underline{q} - 2\underline{r} &= 3 \begin{pmatrix} 6 \\ -3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -4 \\ 5 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} 7 \\ 8 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 18 \\ -9 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -4 \\ 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 14 \\ 16 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 0 \\ -20 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Latih Diri 8.9

- Diberi $\underline{a} = \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \end{pmatrix}$, $\underline{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ -12 \end{pmatrix}$ dan $\underline{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 8 \end{pmatrix}$, cari
 - $2\underline{a} - \underline{b} + \underline{c}$
 - $-3\underline{a} + 2\underline{b} - \underline{c}$
 - $\frac{1}{2}\underline{b} + \underline{c} - 3\underline{a}$
 - $\frac{1}{4}\underline{b} - \underline{a} + 3\underline{c}$
- Diberi $\underline{u} = 3\underline{i} + 6\underline{j}$, $\underline{v} = -2\underline{i} - 8\underline{j}$ dan $\underline{w} = 3\underline{i} - 4\underline{j}$, cari
 - $\underline{u} - 2\underline{v} + \underline{w}$
 - $3\underline{u} + 2\underline{v} - \underline{w}$
 - $\frac{1}{2}\underline{v} + \underline{w} - 3\underline{u}$
 - $\frac{1}{4}\underline{v} - \underline{w} + 3\underline{u}$



Menyelesaikan masalah yang melibatkan vektor

Dengan mengaplikasikan pengetahuan yang telah dipelajari, masalah melibatkan vektor boleh diselesaikan dengan mudah terutamanya masalah yang melibatkan kehidupan seharian.

Contoh 21

APLIKASI MATEMATIK

Satu zarah bergerak dari titik $A(5, 10)$ dengan vektor halaju $(3\hat{i} - \hat{j}) \text{ m s}^{-1}$. Selepas t saat meninggalkan A , zarah itu berada di titik S dengan keadaan $\vec{OS} = \vec{OA} + t\vec{v}$. Cari laju dan kedudukan zarah itu dari O selepas 4 saat. Bilakah zarah itu berada di sebelah kanan asalan O ?

Penyelesaian

1. Memahami masalah

- ◆ Vektor kedudukan asal,
 $\vec{OA} = \underline{a} = 5\hat{i} + 10\hat{j} = \begin{pmatrix} 5 \\ 10 \end{pmatrix}$.
- ◆ Vektor halaju, $\underline{v} = 3\hat{i} - \hat{j} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$.
- ◆ Laju ialah magnitud vektor halaju.
- ◆ Zarah berada di bahagian kanan O jika komponen j dalam vektor kedudukan ialah sifar.

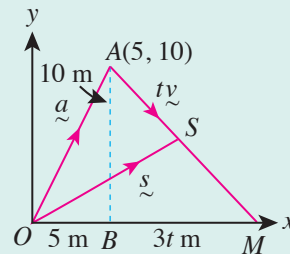
2. Merancang strategi

- ◆ Cari $|\underline{v}|$ untuk menentukan laju.
- ◆ Cari kedudukan zarah selepas 4 saat menggunakan $\vec{OS} = \vec{OA} + t\vec{v}$ atau $\underline{s} = \underline{a} + \underline{v}t$ apabila $t = 4$.
- ◆ Zarah berada di sebelah kanan O apabila komponen y dalam $\underline{s} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ adalah sifar.

4. Membuat refleksi

$$\begin{aligned} \text{Jarak } AM &= \sqrt{30^2 + 10^2} \\ &= \sqrt{1\,000} \text{ m} \\ \text{Maka, laju} &= \frac{\sqrt{1\,000}}{10} \\ &= \sqrt{10} \text{ m s}^{-1} \end{aligned}$$

3. Melaksanakan strategi



$$\begin{aligned} \text{Laju, } |\underline{v}| &= \sqrt{3^2 + (-1)^2} \\ &= \sqrt{10} \text{ m s}^{-1} \end{aligned}$$

Selepas 4 saat, $\underline{s} = \underline{a} + 4\underline{v}$,

$$\begin{aligned} \underline{s} &= \begin{pmatrix} 5 \\ 10 \end{pmatrix} + 4 \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 17 \\ 6 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Zarah berada di titik $(17, 6)$.

Vektor kedudukan selepas t saat,

$$\begin{aligned} \underline{s} &= \begin{pmatrix} 5 \\ 10 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 5 + 3t \\ 10 - t \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Kedudukan zarah itu selepas t saat

$$\text{ialah } \vec{OS} = \underline{s} = \begin{pmatrix} 5 + 3t \\ 10 - t \end{pmatrix}.$$

Zarah berada di sebelah kanan asalan O apabila

$$\begin{aligned} y &= 0 \\ 10 - t &= 0 \\ t &= 10 \text{ saat} \end{aligned}$$

Latih Diri 8.10

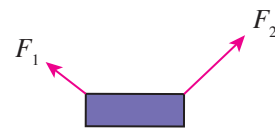
1. Sebuah kereta mainan berada di titik $A(-3, -2)$. Kereta itu kemudian digerakkan dengan halaju malar $(2\mathbf{i} - 3\mathbf{j})$ cm s⁻¹. Cari vektor kedudukan kereta mainan itu selepas 2.5 saat.
2. Vektor kedudukan bot A, t jam selepas meninggalkan pelabuhan O ialah $t\begin{pmatrix} 30 \\ 15 \end{pmatrix}$ manakala vektor kedudukan bot B ialah $\begin{pmatrix} 50 \\ 5 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 10 \\ 10 \end{pmatrix}$. Tentukan halaju bot A dan bot B. Adakah kedua-dua bot itu dapat bertembung?

Latihan Intensif 8.3

Imbas kod QR atau layari bit.ly/2FQyi5o untuk kuiz

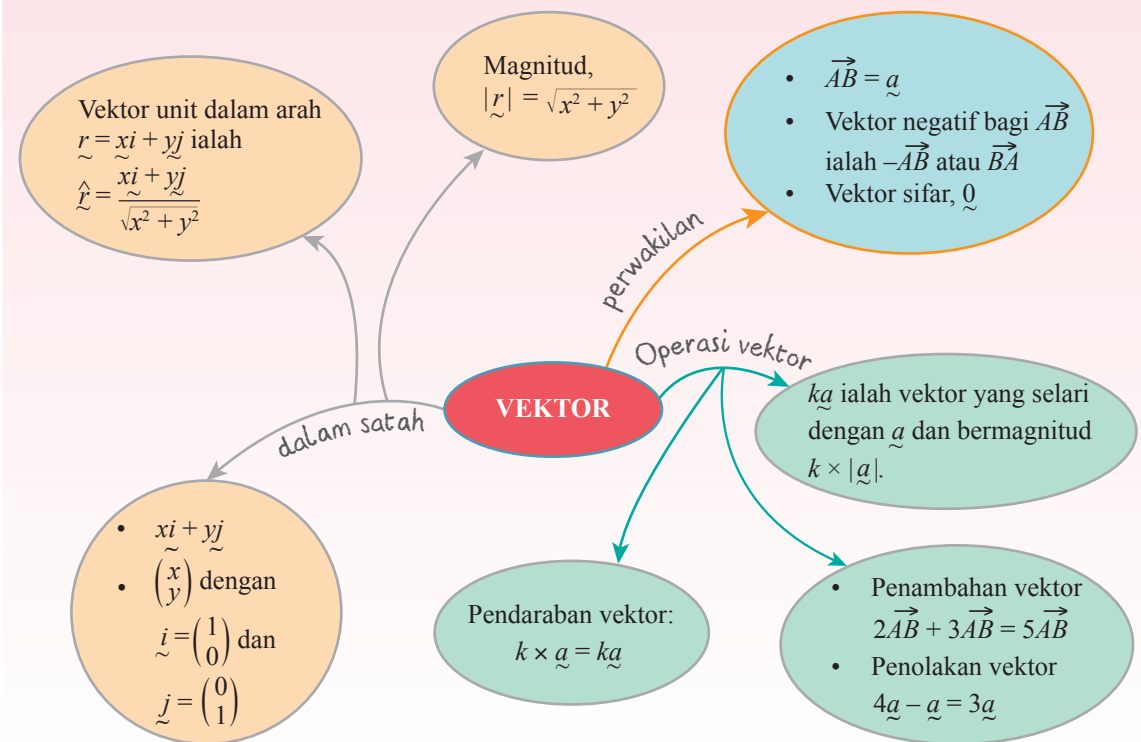


1. Dua daya $F_1 = \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix}$ dan $F_2 = \begin{pmatrix} 7 \\ 5 \end{pmatrix}$ dikenakan ke atas suatu objek seperti rajah di sebelah.
 - (a) Cari daya paduan.
 - (b) Hitung magnitud daya paduan itu.
2. Diberi $\underline{p} = (k - 3)\underline{i} + 14\underline{j}$ dan $\underline{q} = \underline{i} + (k - 8)\underline{j}$ dengan k ialah pemalar. Jika \underline{p} selari dengan \underline{q} , cari nilai k .
3. Diberi $\underline{u} = \underline{b} - \underline{a}$ dan $\underline{v} = \underline{c} - \underline{b}$, dengan $\underline{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\underline{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \end{pmatrix}$ dan $\underline{c} = \begin{pmatrix} m \\ -6 \end{pmatrix}$. Jika \underline{u} selari dengan \underline{v} , cari nilai m . Seterusnya, cari $|\underline{u}| : |\underline{v}|$.
4. Diberi segi tiga ABC dengan $\vec{AB} = 2\underline{i} - \underline{j}$ dan $\vec{AC} = 10\underline{i} + 5\underline{j}$. R ialah satu titik pada BC dengan keadaan $\vec{BR} = \frac{1}{2}\vec{BC}$. Cari
 - (a) \vec{BC} ,
 - (b) vektor unit dalam arah \vec{BC} ,
 - (c) \vec{AR} .
5. Seorang perenang berenang dengan halaju $\underline{v} = \begin{pmatrix} 2.4 \\ 1.5 \end{pmatrix}$. Terdapat arus yang mengalir dengan halaju $\underline{a} = \begin{pmatrix} 0.5 \\ -2.1 \end{pmatrix}$. Cari magnitud dan arah bagi halaju paduan perenang itu.
6. Diberi $\underline{r} = 2\underline{i} - 5\underline{j}$ dan $\underline{s} = m\underline{i} - 3\underline{j}$, cari nilai m jika
 - (a) $|\underline{r} + \underline{s}| = 10$,
 - (b) \underline{r} selari dengan \underline{s} ,
 - (c) $(2\underline{r} - \underline{s})$ selari dengan paksi-y.
7. Diberi $\begin{pmatrix} k \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$ ialah vektor unit, cari nilai k .
8. Panjang vektor \underline{v} ialah 5 unit dan arahnya bertentangan dengan vektor $\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$, cari vektor \underline{v} .



9. Vektor $\underline{p} = (m - 1)\underline{i} + 2\underline{j}$ adalah berserenjang dengan vektor $\underline{q} = 8\underline{i} + n\underline{j}$. Ungkapkan m dalam sebutan n .
10. Kapal M meninggalkan pelabuhan O semasa laut tenang, dengan halaju $v_M = 6\underline{i} + 8\underline{j}$ km j⁻¹. Pada masa yang sama, kapal N belayar dari pelabuhan Q dengan halaju $v_N = 4\underline{i} + 4\underline{j}$ km j⁻¹. Diberi vektor kedudukan pelabuhan Q , $\vec{OQ} = 50\underline{i} + 20\underline{j}$.
- (a) Selepas t jam, vektor kedudukan kapal M ialah $\vec{OM} = t(6\underline{i} + 8\underline{j})$. Cari vektor kedudukan bagi kapal N pada masa itu.
- (b) Tunjukkan bahawa kapal M akan memintas kapal N dan cari masa apabila keadaan ini berlaku.

RUMUSAN BAB 8



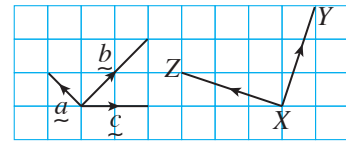
TULIS JURNAL ANDA

Secara berpasangan, cari perbezaan antara kuantiti skalar dan kuantiti vektor. Bandingkan kaedah yang digunakan untuk melaksanakan operasi aritmetik bagi kedua-dua kuantiti itu. Seterusnya, cari maklumat di Internet mengenai penggunaan vektor dalam kehidupan seharian. Tulis laporan dan bincangkan dapatan anda.



LATIHAN PENGUKUHAN

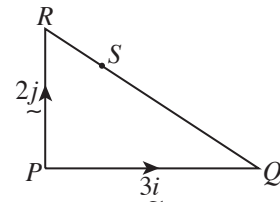
1. Rajah di sebelah menunjukkan tiga vektor, \underline{a} , \underline{b} dan \underline{c} yang tidak selari. Ungkapkan **TP1**
- (a) \vec{XY} dalam sebutan \underline{a} dan \underline{b} ,
 (b) \vec{XZ} dalam sebutan \underline{a} dan \underline{c} .



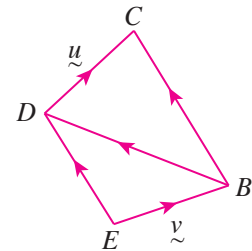
2. Diberi $\vec{PQ} = 3\underline{ka} - 4\underline{b}$ dan $\vec{XY} = 4\underline{a} + 8\underline{b}$. Jika \vec{PQ} selari dengan \vec{XY} , cari nilai k . **TP2**
3. Diberi $\underline{p} = m\underline{i} - n\underline{j}$ ialah vektor unit dalam arah \underline{p} , ungkapkan m dalam sebutan n . **TP2**
4. Diberi $\underline{u} = k\underline{i} + h\underline{j}$ dan $\underline{v} = \underline{i} - 4\underline{j}$. Jika $|\underline{u} + \underline{v}| = \sqrt{k^2 + h^2}$, ungkapkan h dalam sebutan k . **TP2**
5. Diberi $A(3, 4)$, $\vec{AB} = \begin{pmatrix} 5 \\ 12 \end{pmatrix}$ dan $\vec{BC} = \begin{pmatrix} 10 \\ -3 \end{pmatrix}$. Cari **TP2**
- (a) vektor unit dalam arah \vec{AC} ,
 (b) koordinat C .



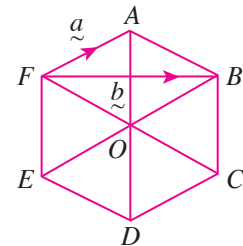
6. Rajah di sebelah menunjukkan segi tiga PQR dengan keadaan $\vec{PQ} = 3\underline{i}$ dan $\vec{PR} = 2\underline{j}$. Diberi $\vec{RS} : \vec{SQ} = 2 : 3$, ungkapkan \vec{RS} dalam sebutan \underline{i} dan \underline{j} . **TP3**



7. Rajah di sebelah menunjukkan sebuah trapezium $BCDE$ dengan keadaan $\vec{DC} = \underline{u}$ dan $\vec{EB} = \underline{v}$. Jika $\vec{ED} = \frac{1}{2}\vec{BC}$, ungkapkan \vec{BC} dalam sebutan \underline{u} dan \underline{v} . **TP3**



8. Rajah di sebelah menunjukkan sebuah heksagon sekata, $ABCDEF$ dengan pusat O . Diberi $\vec{FA} = \underline{a}$ dan $\vec{FB} = \underline{b}$, **TP3**
- (a) ungkapkan setiap yang berikut dalam sebutan \underline{a} dan/atau \underline{b} ,
- (i) \vec{AB} (ii) \vec{FO} (iii) \vec{FC}
 (iv) \vec{BC} (v) \vec{FD} (vi) \vec{AD}
- (b) nyatakan hubungan antara \vec{AB} dan \vec{FC} .
 (c) tentukan sama ada \vec{AC} dan \vec{FD} adalah selari atau tidak.

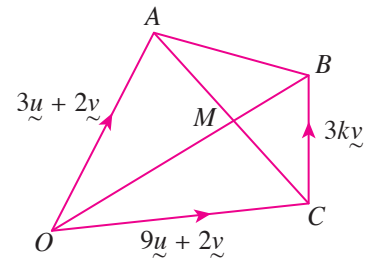




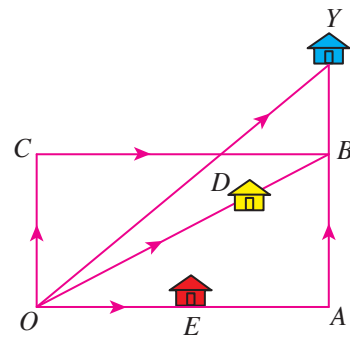
9. Vektor kedudukan bandar A ialah $-10\hat{i} + 10\hat{j}$ dan vektor kedudukan bandar B ialah $10\hat{i} - 11\hat{j}$. Bandar A , B dan C terletak pada satu garis lurus dengan keadaan jarak di antara bandar A dengan bandar C adalah dua kali jarak di antara bandar A dengan bandar B . Jarak di antara bandar diukur dalam kilometer. Cari **TP4**
- vektor \vec{AB} ,
 - jarak di antara bandar A dengan bandar B ,
 - vektor \vec{OC} .



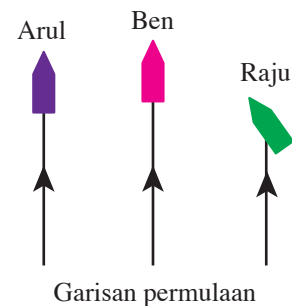
10. Rajah di sebelah menunjukkan sebuah sisi empat $OABC$. M ialah titik tengah AC dan $OM : OB = 2 : 3$. Diberi $\vec{OA} = 3\hat{u} + 2\hat{v}$, $\vec{OC} = 9\hat{u} + 2\hat{v}$ dan $\vec{CB} = 3k\hat{v}$, dengan k ialah pemalar, **TP4**
- ungkapkan dalam sebutan \hat{u} dan/atau \hat{v} ,
 - \vec{AC}
 - \vec{OM}
 - ungkapkan \vec{OB} dalam sebutan
 - \hat{u} dan \hat{v} ,
 - \hat{u} , \hat{v} dan k .
- Seterusnya, cari nilai k .



11. Rajah di sebelah menunjukkan jalan di sebuah taman perumahan yang membentuk sebuah segi empat tepat $OABC$. Bangunan D terletak di jalan OB dan bangunan E terletak di jalan OA . Diberi $OD = \frac{3}{4}OB$ dan $OE : OA = 1 : 2$. Bangunan Y pula terletak di jalan AB yang dipanjangkan dengan keadaan $BY = \frac{1}{2}AB$. Jalan OA diwakili oleh vektor $4\hat{a}$ manakala jalan OC diwakili oleh vektor $4\hat{c}$. **TP5**
- Ungkapkan vektor yang mewakili jalan berikut dalam sebutan \hat{a} dan \hat{c} .
 - \vec{OB}
 - \vec{OD}
 - \vec{OY}
 - \vec{ED}
 - Buktikan bahawa bangunan E , D dan Y berada dalam satu garis lurus.

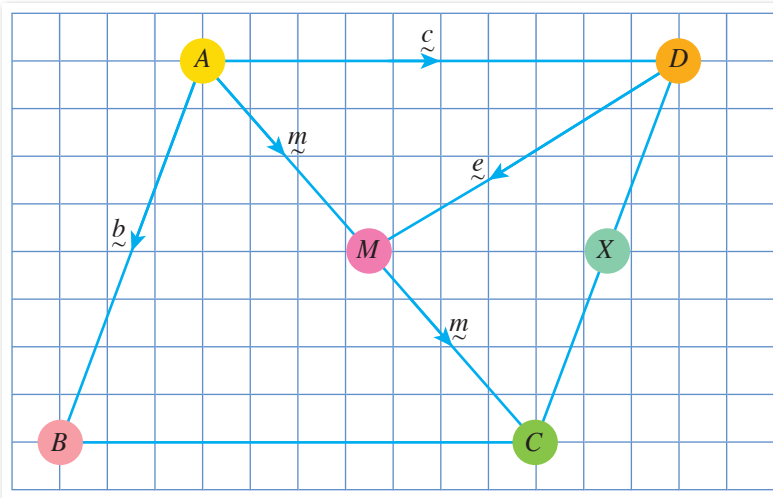


12. Rajah di sebelah menunjukkan kedudukan dan arah bot Arul, Ben dan Raju dalam suatu pertandingan bot solar. Bot Arul dan Ben bergerak mengikut arah arus air. Halaju arus air diberi oleh $\underline{w} = \left(\hat{i} + \frac{1}{3}\hat{j}\right) \text{ m s}^{-1}$, manakala halaju bot Arul ialah $\underline{a} = (3\hat{i} + \hat{j}) \text{ m s}^{-1}$ dan halaju bot Ben ialah $\underline{b} = (6\hat{i} + 2\hat{j}) \text{ m s}^{-1}$. **TP5**
- Hitung halaju paduan bot Arul dan halaju paduan bot Ben. Seterusnya, cari beza antara laju kedua-dua bot itu.
 - Bot Raju telah tersasar dari haluan. Diberi halaju bot Raju ialah $\underline{r} = \left(2\hat{i} - \frac{4}{3}\hat{j}\right) \text{ m s}^{-1}$. Cari vektor unit dalam arah halaju paduan bot tersebut.



Penerokaan MATEMATIK

Puan Tan ialah seorang suri rumah yang sering ke beberapa lokasi setiap hari. Rajah di bawah menunjukkan vektor sesaran \underline{b} , \underline{c} , \underline{e} dan \underline{m} yang mewakili perjalanan Puan Tan dari rumahnya di A ke lokasi yang selalu dikunjunginya.



Penunjuk:

- A : Rumah Puan Tan
- B : Pasar
- C : Rumah ibu
- D : Sekolah
- M : Tadika
- X : Kedai runcit

Tuliskan vektor-vektor \underline{b} , \underline{c} , \underline{e} dan \underline{m} dalam bentuk $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ dan $\underline{x}i + \underline{y}j$. [1 sisi = 1 km].

- Seterusnya, cari jarak terdekat dari rumah Puan Tan ke setiap lokasi mengikut vektor sesaran yang diberi.
- Puan Tan akan menghantar anak lelakinya ke tadika sebelum menghantar anak perempuannya ke sekolah. Perhatikan bahawa vektor paduan $\vec{AD} = \vec{AM} + \vec{MD} = \underline{m} - \underline{e}$ mematuhi hukum segi tiga. Nyatakan vektor-vektor paduan lain yang mematuhi:
 - Hukum segi tiga,
 - Hukum segi empat selari,
 - Hukum poligon.
- Salin dan lengkapkan jadual berikut dengan mengisi vektor paduan yang diwakili oleh gabungan vektor melalui operasi aritmetik vektor-vektor berikut.

	Operasi aritmetik	Vektor paduan		Operasi aritmetik	Vektor paduan		Operasi aritmetik	Vektor paduan
(a)	$\underline{m} - \underline{e}$	\vec{AD}	(f)	$\underline{c} - \frac{\underline{b}}{2}$		(k)	$\underline{m} - \underline{c} - \underline{b}$	
(b)	$\underline{m} - \frac{\underline{b}}{2}$		(g)	$\frac{\underline{c} - \underline{b}}{2}$		(l)	$\frac{\underline{b} - \underline{c}}{2}$	
(c)	$\underline{b} - \underline{c}$		(h)	$\underline{c} - 2\underline{m}$		(m)	$\underline{b} + \underline{c} - \underline{m} - \underline{e}$	
(d)	$\frac{\underline{b}}{2}$		(i)	$\underline{b} + \underline{c} - \frac{\underline{b}}{2}$		(n)	$\frac{\underline{b} + \underline{c}}{2}$	
(e)	$\underline{c} + \underline{e} + \underline{m}$		(j)	$\underline{b} - 2\underline{m}$		(o)	$\underline{c} + \underline{b} - \underline{c}$	